Université de Montréal

Potentiel d'intégration de la modélisation au collégial pour développer la pensée critique

Par

Shophika Vaithyanathasarma

Département de didactique

Faculté des sciences de l'éducation

Mémoire présenté à la Faculté des Sciences de l'éducation en vue de l'obtention du grade de maître ès arts en sciences de l'éducation (M. A.)

Août 2024

© Shophika Vaithyanathasarma, 2024

Université de Montréal

Département de didactique, Faculté des Sciences de l'éducation

---

Ce mémoire intitulé

Potentiel d'intégration de la modélisation au collégial pour développer la pensée critique

Présenté par

Shophika Vaithyanathasarma

A été évalué par un jury composé des personnes suivantes

Sarah Dufour

Présidente-rapportrice

Sophie René de Cotret

Membre du jury

France Caron

Directrice de recherche

Jacques Bélair

Co-directeur de recherche

Table des matières

RÉSUMÉ **VI**

ABSTRACT **VII**

LISTE DES FIGURES **VIII**

LISTES DES TABLEAUX **IX**

REMERCIEMENTS **XI**

INTRODUCTION **14**

1 PROBLÉMATIQUE **16**

1.1 INTRODUCTION 16

1.2 LE RÔLE AMBIVALENT DE LA TECHNOLOGIE 17

1.3 LA TECHNOLOGIE COMME OUTIL DE MODÉLISATION ET DE SIMULATION 18

1.3.1 La présence de boîtes noires 19

1.3.2 La nécessité d'une pensée critique 21

1.4 LA PLACE DE LA MODÉLISATION DANS L'ENSEIGNEMENT 23

1.4.1 L'écart entre la littérature et la pratique 23

1.4.2 La modélisation et l'utilisation des technologies 25

1.4.3 La modélisation et la pensée critique 26

1.5 LA PLACE DE L'ENSEIGNEMENT DE LA MODÉLISATION AU COLLÉGIAL 27

1.5.1 La place du calcul dans les programmes préuniversitaires 28

1.5.2 La perception des étudiants à l'égard de la discipline mathématique 29

1.5.2.1 La modélisation comme source de motivation 30

1.6 LES PROGRAMMES D'ÉTUDES PRÉUNIVERSITAIRES 31

1.6.1 La place de la modélisation et de la technologie 32

1.6.2 La pensée critique 34

1.7 SYNTHÈSE 36

1.8 OBJECTIF GÉNÉRAL DE LA RECHERCHE 37

2 CADRE THÉORIQUE 39

2.1 COMPLEXITÉ 41

2.1.1 Les systèmes complexes 42

2.1.2 État de l'étude des systèmes complexes et de leur enseignement 44

2.1.3 Les systèmes complexes et la modélisation 45

2.1.4 Les moyens pour étudier les systèmes complexes 45

2.1.4.1 Les équations différentielles 46

2.1.4.2 La dynamique des systèmes 48

2.1.4.3 L'interdisciplinarité 52

2.2 MODÉLISATION 55

2.2.1 Les cycles de modélisation 56

2.2.1.1 Le cycle de modélisation de Blum et Leiβ (2007) 56

2.2.1.2 Le cycle de modélisation de Rosa et Orey (2015) 59

2.2.1.3 Le cycle de modélisation décrit par Caron (2008) 60

2.2.1.4 Justification du choix du cycle de modélisation 62

2.2.2 Potentialités de la modélisation mathématique dans l'apprentissage 63

2.3 PENSÉE CRITIQUE 65

2.3.1 Les compétences associées à la pensée critique 66

2.3.2 La pensée critique et la modélisation en relation 68

2.3.3 Synthèse des compétences de modélisation et de pensée critique 69

2.4 RAPPORT AUX SAVOIRS 72

2.4.1 Approche sociologique 73

2.4.2 Approche anthropologique du didactique 75

2.4.3 Approche sociodidactique 78

2.4.4 Vers une approche hybride *83*

2.5 QUESTIONS DE RECHERCHE SPÉCIFIQUES 84

3 MÉTHODOLOGIE 86

3.1 TYPE DE RECHERCHE 86

3.2 DESCRIPTION GLOBALE DU PLAN D'ÉTUDE 87

3.3 LES PARTICIPANTS 89

3.4 COLLECTE ET TRAITEMENT DES DONNÉES 90

3.4.1 Entretien semi-dirigé *90*

3.4.2 Activité de modélisation et retour d'expérience *91*

3.4.2.1 Activités d'apprentissage utilisées 92

3.5 EXTRACTION ET CODAGE DES DONNÉES 94

3.5.1 Premier entretien *94*

3.5.2 Deuxième entretien *98*

3.5.3 Stratégie d'analyse des données *101*

4 ANALYSE DES DONNÉES ET INTERPRÉTATION 102

4.1 PRÉSENTATION DES PARTICIPANTS 103

4.2 RAPPORT AUX SAVOIRS 105

4.2.1 Rapport aux mathématiques *106*

4.2.1.1 Dimension identitaire 106

4.2.1.2 Dimension épistémique 110

4.2.1.2.1 Les mathématiques comme discipline de référence 110

4.2.1.2.2 Les mathématiques enseignées au collégial 113

4.2.1.2.3 Les programmes et leur mise en œuvre 118

4.2.1.3 Dimension sociale 120

4.2.1.3.1 Interaction avec les collègues 123

4.2.1.3.2 Enseignants lors de la formation initiale 123

4.2.1.3.3 Interaction avec les étudiants 124

4.2.1.4 Synthèse des résultats 128

4.2.2 Rapport à la pensée critique 131

4.2.2.1 Dimension identitaire 131

4.2.2.2 Dimension épistémique 134

4.2.2.3 Dimension sociale 138

4.2.2.3.1 Écart entre intentions et pratiques pour la pensée critique en mathématiques 138

4.2.2.3.2 Rôle des enseignants et des collègues 140

4.2.2.4 Synthèse des résultats 143

4.2.3 Rapport à la modélisation 146

4.2.3.1 Dimension identitaire 146

4.2.3.2 Dimension épistémique 149

4.2.3.2.1 La place à accorder dans le curriculum mathématique 152

4.2.3.3 Dimension sociale 157

4.2.3.3.1 Changements curriculaires et institutionnels 157

4.2.3.3.2 Possibilité d'intégration dans les cours 159

4.2.3.4 Synthèse des résultats et perspectives 164

4.2.4 Réponse à la 1ère question de recherche 170

4.2.4.1 Rapport aux mathématiques sous-jacent aux rapports à la modélisation 172

4.3 MODÉLISATION ET PENSÉE CRITIQUE DANS L'ACTION 173

4.3.1.1 La structuration et la simplification 175

4.3.1.2 Collecte de données 180

4.3.1.3 Mathématisation 181

4.3.1.4 Traitement mathématique 186

4.3.1.5 Analyse 190

4.3.1.6 Interprétation et validation 194

4.3.2 Réponse à la 2ème question de recherche 197

4.3.2.1 Les défis et succès mathématiques lors de l'activité de modélisation 197

4.3.2.2 L'exercice de la pensée critique lors du processus 202

4.3.3 Perception des enseignants du lien entre la modélisation et la pensée critique 205

5 CONCLUSION 210

5.1 RÉSULTATS PRINCIPAUX 210

5.2 APPORTS ET LIMITES DE L'ÉTUDE 213

5.3 PROLONGEMENTS 215

5.4 MOT DE LA FIN 217

6 BIBLIOGRAPHIE 219

ANNEXE A : COURRIEL D'INVITATION I

ANNEXE B : RÉSUMÉ DE PROJET À ENVOYER LORS DU RECRUTEMENT II

ANNEXE C : FORMULAIRE DE CONSENTEMENT III

ANNEXE D : EXTRAIT DE VERBATIM X

ANNEXE E : MÉTHODOLOGIE XIX

ANNEXE F : GUIDES D'ENTRETIEN XXIV

ANNEXE G : ATELIER SA2 XXIX

ANNEXE H : ATELIER EB1 XXXI

Résumé

Cette étude exploratoire a pour but d'étudier le potentiel de la modélisation mathématique pour inscrire les cours de mathématiques au collégial comme contributoires au développement de la pensée critique chez les étudiants. Pour ce faire, nous avons mené des entretiens semi-dirigées auprès d'enseignants chez qui nous avons cherché à cerner le rapport aux mathématiques, à la pensée critique et la modélisation mathématique. Lors d'une deuxième rencontre, nous leur avons fait essayer une activité de modélisation de leur choix à partir de celles proposées sur le site Via Math. À travers les données recueillies, nous avons pu, dans un premier temps identifier des bienfaits et des limites en lien avec l'intégration de la modélisation dans la pratique enseignante. Ensuite, nous avons pu identifier des associations entres des phases de modélisation et des compétences de pensée critique.

Nos résultats, issus des données recueillies, montrent que la modélisation mathématique en principe, favorise le développement de la pensée critique. De plus, elle permet de contextualiser les concepts mathématiques dans des situations réelles, renforçant ainsi l'engagement des étudiants et leur capacité à établir des liens interdisciplinaires. Cependant, l'intégration de la modélisation mathématique à l'enseignement au collégial présente des défis. Les enseignants expriment une aisance limitée avec les phases de modélisation et les compétences de pensée critique, soulignant des difficultés particulières dans la mathématisation et le traitement mathématique. Certains ont nommé un manque de formation spécifique en modélisation et le manque de temps en lien avec le contenu prescrit à aborder en classe. Malgré ces défis, les enseignants reconnaissent la pensée critique comme une compétence importante à développer à travers leur discipline et demeurent ouverts à intégrer dans leur enseignement des approches qui favorisent une compréhension conceptuelle des mathématiques.

Mots-clés : Calcul différentiel et intégral, curriculum collégial, modélisation mathématique, pensée critique, pratique enseignante, rapport aux savoirs

Abstract

This exploratory study aims to investigate the potential of mathematical modeling to position college-level mathematics courses as contributors to the development of students' critical thinking skills. To achieve this, we conducted semi-structured interviews with teachers to understand their relationship with mathematics, critical thinking, and mathematical modeling. In a follow-up meeting, we asked them to try a modeling activity of their choice from those offered on the Via Math website. From the data collected, we were able, first, to identify the benefits and limitations associated with integrating modeling into teaching practices. Then, we identified connections between phases of modeling and critical thinking skills.

Our results, derived from the collected data, show that, in principle, mathematical modeling promotes the development of critical thinking. Moreover, it allows for the contextualization of mathematical concepts in real-life situations, thereby enhancing student engagement and their ability to establish interdisciplinary connections. However, integrating mathematical modeling into college teaching presents challenges. Teachers reported limited comfort with the phases of modeling and critical thinking skills, highlighting specific difficulties with mathematization and mathematical processing. Some mentioned a lack of specific training in modeling and the time constraints related to covering prescribed curriculum content. Despite these challenges, teachers recognize critical thinking as an essential skill to develop through their discipline and remain open to incorporating approaches that foster a conceptual understanding of mathematics in their teaching.

Keywords: Differential and integral calculus, college curriculum, mathematical modeling, critical thinking, teaching practice, relationship to knowledge.

Liste des figures

FIGURE 1 SCHÉMA DES CONCEPTS MOBILISÉS ET LES LIENS ENTRE EUX 39

FIGURE 2 REPRÉSENTATION VISUELLE D'UN SYSTÈME DYNAMIQUE (CARON, 2015A) 49

FIGURE 3 LE CYCLE DE MODÉLISATION DE BLUM ET LEIB (2007) 56

FIGURE 4 LE CYCLE DE MODÉLISATION DE BLOMHOJ (2003) 57

FIGURE 5 LE CYCLE DE MODÉLISATION DE ROSA ET OREY (2015) 59

FIGURE 6 LE CYCLE DE MODÉLISATION DE CARON (2008) 60

FIGURE 7 SCHÉMA SYNTHÈSE DU RAPPORT AUX MATHÉMATIQUES DES ENSEIGNANTS 129

FIGURE 8 NIVEAU D'INTÉGRATION DE LA MODÉLISATION DANS L'ENSEIGNEMENT DES ENSEIGNANTS 165

FIGURE 9 FLUX DE CARBONE ENTRE L'ATMOSPHÈRE, L'OCÉAN DE SURFACE ET L'OCÉAN PROFOND 191

FIGURE 10 FLUX DE CARBONE ENTRE L'ATMOSPHÈRE, LA BIOSPHÈRE ET LE SOL 191

FIGURE 11 SCHÉMA DÉTAILLÉ DES LIENS PERÇUS AVEC LA PENSÉE CRITIQUE 208

Listes des tableaux

TABLEAU 1 COMPÉTENCES ASSOCIÉES À LA PENSÉE CRITIQUE (HEARD ET AL.,2016) 67

TABLEAU 2 ASSOCIATION ENTRE LES COMPÉTENCES DE LA PENSÉE CRITIQUE ET LES PHASES DE MODÉLISATION 70

TABLEAU 3 DESCRIPTION DES ACTIVITÉS DISPONIBLES 92

TABLEAU 4 EXEMPLE DU PROCESSUS DE CODAGE DE LA PREMIÈRE SÉQUENCE D'ENTRETIENS 96

TABLEAU 5 FRÉQUENCE D'ATTRIBUTION DES THÈMES ET DIMENSIONS POUR LES SEGMENTS RETENUS105

TABLEAU 6 LIMITES ET APPORTS PERÇUS EN LIEN AVEC L'INTÉGRATION DE LA MODÉLISATION MATHÉMATIQUE DANS LA PRATIQUE ENSEIGNANTE 166

TABLEAU 7 VALIDATION DE L'ASSOCIATION ENTRE LES COMPÉTENCES DE LA PENSÉE CRITIQUE ET LES PHASES DE MODÉLISATION 203

TABLEAU D. 1 EXTRAIT D'UN SEGMENT CODÉ DU PREMIER ENTRETIEN XI

TABLEAU E. 1 OPÉRATIONNALISATION DES VARIABLES EXAMINÉES LORS DE L'ENTRETIEN SEMI-DIRIGÉ XIX

TABLEAU E. 2 TABLEAU DE COHÉRENCE XXII

À Simone,

qui découvre le monde à la maternelle pendant que je termine ma maîtrise.
Puissions-nous toujours construire une société où chacun trouve sa place.

Remerciements

மாதா, பிதா, குரு, தெய்வம்
Mère, père, enseignant, Dieu.

En grandissant, ma mère me répétait cet adage. Au-delà de la croyance religieuse, la beauté réside dans l'importance accordée aux parents et aux enseignants dans la croissance d'un individu. J'ai été élevée dans un foyer où ma mère insistait sur l'importance d'accorder à mes enseignants le même niveau élevé de respect et d'amour que celui que je dois à ma mère.

C'est pour cette raison que je tiens à offrir mes plus sincères remerciements à France Caron, qui a su m'accueillir à bras ouverts dans le monde de la didactique des mathématiques et plus largement en éducation, surtout dans un moment où je cherchais un sens à ma vie. Merci de m'avoir enseigné l'importance d'utiliser les mots justes, de ne pas compromettre qualité avec efficacité, de toujours faire preuve de rigueur. Merci de m'avoir soutenue dans mon développement en tant qu'individu, étudiante, citoyenne et même apprentie politicienne. Peu de professeurs auraient soutenu les trop nombreuses campagnes électorales et leur incidence sur mon état mental dans les projets académiques.

Jacques Bélair, je me souviendrai toujours des cours d'équations différentielles qui se sont achevés dans le contexte pandémique. Ton amour des équations différentielles a renforcé mon souhait d'être une ambassadrice des mathématiques appliquées. Merci pour ta passion sans fin, de partager les choses auxquelles tu penses (dont tes références de films que je finirai un jour par écouter) avec franchise.

Un merci tout particulier à Sarah Dufour et Sophie René de Cotret pour votre lecture et le partage de votre expertise. Je me sens honorée d'avoir eu la chance de bénéficier de vos idées et de votre expertise. Vous m'inspirez.

Je remercie mes enseignants, tant ceux depuis la maternelle jusqu'à ceux de mon passage en sciences de l'éducation. Merci d'avoir cru en moi, de m'avoir donné les outils dont la confiance nécessaire pour réussir et donner vision à mes idées même celles qui paraissent loufoques.

Je ne peux passer sous le silence, mes 26 élèves de secondaire 3. Ces élèves (dont certains noms se retrouvent dans le mémoire, si vous finissez par le lire et si votre nom n'y est pas c'est un choix contextuel et non une préférence personnelle) ainsi que les collègues enseignants de mathématiques, Samuel, Emmanuelle, Hélène, Marjolaine ont donné un sens à ce que la recherche en éducation devait et pouvait être. Je garderai cette année à vos côtés précieusement.

Je remercie mes féaux de mathématiques (dont certains hommes de ma vie, comme j'aime les appeler), sociologie, et politique. Merci d'avoir partagé ma passion pour Loud.

«Question de maths : Si la guerre pogne, qui aura ton back? Beaucoup de risques à calculer pour des gars qui ont pas leur BAC.» - Il était moins une.

Philippe R-G., on a toujours eu besoin de très peu de mots. merci d'avoir toujours été là. L'enfant-chien sera chanceux.se de t'avoir.

«Vieille amitié ne craint pas la rouille» - Devenir immortel (et puis mourir)

Laurent, merci pour ta franchise, ta patience et ton *tough love*.

«Des fois le positif nous semble indétectable/Mais j'vais dire comme ils disent, these things they take time/ J'ai traversé la crise, j'vous épargne les détails/ Mais c'est fou comment le vent a tourné depuis que j'ai levé les voiles» - GG

Charles, la complétion de ce mémoire représente la fin de plusieurs choses, dont nos rentrées scolaires dans les mêmes cours et programmes, mais aussi un nouveau début. Un nouveau début exempt de noirceur – on y est, comme tu me l'avais toujours promis. Merci pour ton amour inconditionnel.

«À chaque fois c'est la dernière danse / Et puis le refrain revient lentement / Tant qu'on aura le rythme, for real» - Toutes les femmes savent danser

Daphné *Pogotogo* L-L. Ma partenaire de navigation entre maths-socio. Je ne saurai pas où commencer. Les sessions de karaoké non sollicitées? Les trop nombreuses discussions qui sautent du coq à l'âne? Notre complicité, ce mélange de folie douce et de soutien indéfectible? Je vais juste dire merci pour qui tu es. (Merci de sauver mes mises en page et indirectement moi aussi)

«La ligne est mince entre le génie et la folie» -Parano

Je remercie Stéphanie (Stef? Ok, Steph.) qui m'a partagé la réalité enseignante, qui m'a donné le goût de la vivre et de me surpasser dans ma recherche afin de réduire les écarts entre les politiques et les réalités sur le terrain. Je garde des souvenirs précieux de notre amitié, un peu comme la Gaspésie, qui me fera toujours penser à toi.

Alexis L-R, Merci de m'avoir accompagnée comme un grand frère à travers les cycles supérieurs et tout ce qu'ils impliquent. Tes suggestions littéraires, tes lettres des Europes, tes photos de chiens et nos discussions ont été des ancrages précieux tout au long de ce parcours. Je suis reconnaissante de notre précieuse amitié et j'ai hâte de voir la suite.

Belle Geneviève, Les changements de vie peuvent parfois donner naissance à des amitiés précieuses comme la nôtre. Merci d'être celle avec qui il est facile de faire tout et rien : de beignes véganes à peinture à numéros. Merci de m'inspirer à devenir une meilleure amie et une meilleure scientifique, grâce à ta rigueur, tant morale que scientifique.

Qui aurait cru que répondre aux questions de Barbara Thériault en SOL 1013 me servirait sur le plan personnel? Ève, quelle chance d'avoir trouvé une partenaire de lettre ouverte entre deux lectures sociologiques et un bref passage politique – merci pour notre amitié stimulante tant sur le plan intellectuel que social.

Merci à vous de m'avoir soutenue lors de ma quête identitaire entre les sciences pures et sociales.

Mon parcours politique a profondément influencé mes intérêts de recherche. Je tiens à remercier tout particulièrement mon équipe de campagne lors des élections partielles de 2022, qui a su m'écouter lorsque j'exprimais ma tristesse face au manque de confiance des citoyens envers les

institutions. J'évoquais également leur insuffisance d'outils pour exercer une pensée critique et exprimer pleinement leur citoyenneté en dehors des clivages partisans. Merci d'avoir permis la conciliation politique – études. Merci à toutes ces personnes que j'ai rencontré en politique, je pense en particulier à Olivier, Alex, Camille, Jean-François, Ruba, Manon.

Ce parcours politique qui a commencé et terminé en même temps que ce mémoire m'aura permis de rencontrer de nouveaux membres de ma famille. Philippe et Chloé, merci pour tout et surtout pour Simone et Adèle. Continuons de nous battre pour un avenir plus lumineux pour elles.

Roxanne, amie et co-matante par excellence, merci (pour ta patience) et d'avoir embarqué dans la folie de notre vingtaine de conciliation politique – étude. Merci de m'apprendre la beauté et la force de l'amitié et de l'amour.

Des mercis tout particuliers à toi, Raph, merci de m'avoir appris que je n'avais jamais à choisir, que je pouvais me dévouer dans toutes les causes qui me tiennent à cœur. Que je pouvais avoir la lune, si je le souhaitais! Merci de m'apaiser, de me faire sourire et rire, merci pour cette amitié des plus ambitieuses et douces.

Je remercie ma mère, à qui je dois la vie, l'amour de la connaissance et tout ce qui suit et suivra.

J'ai une pensée profonde pour ma tante et mon oncle à Polikandy, au Sri Lanka. Ils ne liront jamais ces mots, mais leurs valeurs, leur amour et leur influence se reflètent dans tout ce que j'entreprends.

Je remercie mes beaux-parents, devenus mes beaux parents et la « tribu », merci de m'avoir permis de recevoir l'amour que je cherchais sans le savoir. Vous m'aurez permis de vivre des expériences de vie mémorables lors de la rédaction de ce mémoire.

À travers tout ça, ma soif de connaissance m'a menée à suivre le cours PHI 3155, où j'ai eu la chance de rencontrer mon partenaire de vie, R.L. Depuis ce jour, j'ai le privilège de partager avec lui non seulement des cafés-réflexions stimulants, mais aussi une vie pleine de rêves et de projets. Ce mémoire, c'est aussi le tien, car il porte la marque de ton soutien. Merci pour tout ce que tu es, pour tout ce que nous avons déjà partagé, et pour tout ce que nous construirons ensemble. Avec toi, j'ai envie de conquérir le monde. Je t'aime de tout mon cœur.

Introduction

« C'est un changement de paradigme. Les autorités étaient prêtes à essayer toutes les pistes de solution, même celles *out of the box,* comme la modélisation mathématique. »
(Jacques Bélair, cité dans Guillemette, 2021)

La pandémie de la COVID-19 a bouleversé l'humanité, la confrontant à des défis sans précédent, lui imposant une réflexion profonde concernant ses habitudes de vie. Cette crise sanitaire a rassemblé des individus autour de données, de prédictions d'experts en santé publique, d'objectifs « d'aplatissement de la courbe » et de points de presse quotidiens unissant représentants scientifiques, praticiens et représentants du gouvernement pour affronter la situation.

Pourtant, malgré cette apparente unité, des clivages et des divisions sociales sont apparus, résultant de décisions prises en lien avec l'adoption de certaines mesures sanitaires. Notre sens des responsabilités envers la collectivité a été mis à l'épreuve. L'origine des divergences d'opinions peut être attribuée à plusieurs facteurs. Le manque de vulgarisation des concepts scientifiques et la difficulté à vérifier par soi-même les données sur lesquelles reposent les prédictions obtenues des modèles ayant orienté les décisions politiques semblent être une hypothèse pertinente à considérer. Cette prise de conscience de la polarisation sociale a été l'élément déclencheur de la présente recherche : l'enseignement des mathématiques pourrait-il contribuer à former des individus plus outillés pour réagir à de telles situations?

La formation collégiale pourrait être un lieu où les étudiants apprennent l'importance de faire une utilisation responsable et éclairée des connaissances développées ainsi que l'impact de leurs décisions sur la vie d'autrui. Cela leur permettrait d'être davantage réfléchis, critiques et actifs dans les sphères sociétales, et soucieux de renforcer le tissu social en apportant un soutien aux individus qui ne possèdent pas le bagage scientifique adéquat.

Le présent mémoire vise ainsi à explorer le potentiel de l'intégration de la modélisation mathématique dans l'enseignement collégial comme un moyen pour développer la pensée critique des étudiants. En développant des compétences de modélisation et de pensée critique, les étudiants

pourraient être mieux outillés pour comprendre les données et les analyses scientifiques, remettre en question certaines informations présentées et participer activement aux débats sur les questions sociétales pressantes. En élargissant à un plus grand nombre le développement des compétences mathématiques utiles et pertinentes pour aborder de tels défis, nous pourrions aussi favoriser la cohésion sociale, des prises de décisions plus éclairées et une meilleure transparence entre les citoyens et les institutions.

Dans le premier chapitre de ce mémoire, nous présenterons notre problématique de recherche portant sur la pertinence de prendre en compte dans l'enseignement des mathématiques au collégial la complexité grandissante des défis mathématiques, technologiques et scientifiques associés à plusieurs domaines de pratique. Nous conclurons ce chapitre en présentant les objectifs généraux de cette recherche. Dans le deuxième chapitre, nous présenterons les concepts composant le cadre théorique, lequel permettra de préciser nos objectifs spécifiques et questions de recherche. Nous exposerons dans le troisième chapitre les outils méthodologiques que nous considérons pour mener l'étude exploratoire qualitative qui apportera des pistes de réponses à ces questions. Nous analyserons et présenterons des résultats découlant de cette étude dans le quatrième chapitre. Dans le cinquième chapitre, nous discuterons des résultats obtenus et conclurons en discutant des implications d'une possible intégration de la modélisation pour la pratique enseignante.

1 Problématique

1.1 Introduction

La société contemporaine est marquée par des enjeux socio-scientifiques d'une complexité croissante et elle est caractérisée par un degré d'incertitude élevé (Barwell & Hauge, 2017) quant aux décisions à prendre à leur égard. Des exemples flagrants touchent les défis environnementaux comme le changement climatique et la gestion des ressources naturelles, de même que les questions de santé publique, comme la gestion des pandémies. Ces phénomènes sont caractérisés par des systèmes interconnectés dont le comportement ne peut être expliqué uniquement par les propriétés de leurs composants individuels, mais il émerge plutôt de leurs interconnexions (Sabelli, 2006).

Dans ce contexte de complexité, la technologie joue un rôle ambivalent. D'un côté, elle fournit des outils tels que les modèles mathématiques et informatiques, les simulations avancées, les systèmes d'analyse de données et les plateformes de visualisation interactive pour approfondir notre compréhension et notre gestion des systèmes interconnectés complexes. Ces avancées technologiques offrent des opportunités considérables pour aborder des problèmes autrefois inaccessibles par des méthodes analytiques classiques, stimulant ainsi le développement de nouveaux domaines d'étude en mathématiques, tels que l'analyse numérique, l'optimisation, les systèmes dynamiques et la théorie des nombres (Caron, 2007). D'un autre côté, la technologie peut elle-même engendrer des problèmes complexes. Par exemple, Caron (2007) souligne que les impératifs créés par les capacités de communication et de traitement de l'information de la technologie exigent la coordination et l'interprétation d'une grande quantité de données pour intervenir de manière adéquate, contribuant ainsi à la génération de problèmes de grande envergure.

1.2 Le rôle ambivalent de la technologie

Face à des défis tels que la propagation rapide des maladies, les crises économiques, l'impact environnemental et la polarisation politique, la technologie joue un rôle clé dans la gestion de ces enjeux tout en permettant aux utilisateurs d'approfondir leur compréhension sur les interconnexions qui les sous-tendent. (Galbraith & Fisher, 2021). Dans ce contexte, le rôle de la technologie s'étend au domaine du développement scientifique, où elle offre aux chercheurs les moyens d'explorer des phénomènes complexes à des niveaux inédits, poussant ainsi les frontières de la connaissance (Sabelli, 2006). Un exemple de cette complexité technologique se trouve dans la crise des *subprimes* de 2008, qui a été le résultat de l'utilisation abusive et déréglementée de modèle financiers avancés, ce qui illustre bien les dangers des technologies malgré leurs avantages indéniables. En effet, l'adoption de modèles financiers avancés pour évaluer les risques et structurer des produits financiers a entraîné d'importantes difficultés. Ces modèles, en remplaçant le jugement humain, ont mené à une évaluation inadéquate des risques. Cette situation s'est aggravée en raison de la complexité et de l'opacité du système financier, où la dépendance excessive aux modèles informatiques avancés, en dépit de leurs imperfections, a conduit à des conséquences imprévues (Baily et al., 2010). L'effondrement du marché immobilier a exacerbé la crise financière, car peu d'experts disposaient des informations nécessaires pour ajuster ces modèles de manière appropriée. Cet exemple met en lumière les risques liés à une dépendance excessive aux outils technologiques sans une compréhension suffisante de leurs mécanismes et sans avoir la possibilité de porter un regard critique sur ces derniers.

Parallèlement, la technologie devient un atout essentiel pour aborder des problèmes de plus en plus complexes. Elle aide à résoudre des problèmes inaccessibles avec seulement des méthodes « manuelles » (Caron, 2007; Galbraith & Fisher, 2021). Van der Wal et al. (2017) notent que la technologie moderne modifie la nature des compétences mathématiques requises dans le monde professionnel, sans pour autant réduire le besoin en mathématiques. Les progrès en modélisation et simulation informatique ouvrent de nouvelles voies pour l'exploration scientifique et la résolution de problèmes complexes (Sabelli, 2006). Galbraith et Fisher (2021) indiquent que la

technologie facilite le développement de modèles traitant de relations non-linéaires, nécessitant des simulations pour leur résolution. Doerr et al. (2017) expliquent que la technologie devient un outil essentiel dans la transition des problèmes mathématiques aux résultats mathématiques. Les modèles numériques, notamment dans le cas de phénomènes aléatoires, impliquent des approches mathématiques souvent impossibles avec les solutions traditionnelles. La validation de ces modèles numériques représente souvent un défi bien plus complexe qu'un simple retour au problème initial, car elle nécessite, entre autres, une assurance de la rigueur scientifique et une évaluation de la pertinence pratique des solutions proposées.

1.3 La technologie comme outil de modélisation et de simulation

Plusieurs recherches montrent que les modèles mathématiques sont de plus en plus utilisés pour prédire et évaluer des scénarios avant de planifier une intervention affectant la population (Basu et Andrews, 2013; Meyer et Lima, 2023). Ces outils permettent de visualiser et d'expérimenter avec des systèmes complexes, facilitant ainsi l'exploration de scénarios et la compréhension des dynamiques sous-jacentes (Galbraith & Fisher, 2021). Dans les pratiques professionnelles, la technologie, notamment à travers la modélisation et la simulation, est devenue centrale. Elle est utilisée dans divers domaines, allant de l'ingénierie à la médecine en passant par les finances, pour concevoir des modèles générant des solutions innovantes tout en gérant efficacement des systèmes complexes (Galbraith & Fisher, 2021). Alors que les modèles mathématiques gagnent en popularité et en utilité dans divers domaines professionnels, offrant des solutions innovantes pour gérer des systèmes complexes, il est primordial de reconnaître les défis inhérents à leur utilisation.

Parallèlement, des chercheurs tels que Galbraith (2007), Saxe et Braddy (2015), et Wake (2014) ont mis en évidence que les diplômés dans divers domaines professionnels éprouvent des difficultés à résoudre des problèmes mathématiques réels, qui nécessitent souvent des compétences de modélisation. Les nombreux diplômés rencontrent des difficultés lorsqu'ils sont confrontés à des problèmes mathématiques concrets dans leur pratique professionnelle. Ces difficultés reflètent souvent un écart entre la théorie et l'application pratique des compétences acquises dans leurs

formations. Dans cette optique, Gravemeijer et al. (2017) présentent la modélisation mathématique comme une approche essentielle. Elle exige une évaluation critique des situations, une sélection judicieuse des informations pertinentes, et l'application de principes mathématiques pour formuler une représentation simplifiée, mais utile, d'un problème complexe. Cette approche permet non seulement de résoudre des problèmes, mais aussi de les comprendre et de les communiquer efficacement dans les milieux de travail.

1.3.1 La présence de boîtes noires

Williams et Wake (2007) mettent en lumière la trop grande fréquence de « boîtes noires » dans le domaine des mathématiques appliquées, caractérisant ces boîtes comme des représentations de systèmes dont le fonctionnement interne semble inaccessible, ou encore des représentations dont le fonctionnement interne est souvent négligé. Cette opacité complexifie la reconnaissance des mathématiques dans le domaine pratique, car elles se trouvent encapsulées ou dissimulées dans ces boîtes noires technologiques, ce qui représente un défi pour ceux qui ne sont pas familiers avec le contenu de ces boîtes noires (Williams et Wake, 2007). Ces chercheurs soulignent également que la technologie peut jouer le rôle d'un outil permettant d'éclairer ce qui est dissimulé dans ces boîtes noires. En revanche, Van der Wal et al. (2017) mettent en garde contre le risque de dépendre excessivement des outils technologiques sans une compréhension adéquate de leurs processus sous-jacents, introduisant les concepts de transparence des outils logiciels, allant de la « boîte blanche » (entièrement transparente) à la « boîte noire » (opacité totale).

Les parallèles entre les défis relevés par Williams et Wake (2007) et les préoccupations évoquées par Van der Wal et al. (2017) suggèrent que les mathématiques en milieu professionnel sont fréquemment masquées par ces boîtes noires, lesquelles peuvent être à la fois révélées et dissimulées par la technologie. Les boîtes noires deviennent difficiles voire impossibles à percevoir en raison de leur enracinement profond dans les cultures de travail et les pratiques quotidiennes. Williams et Wake (2007) expliquent l'existence de ces boîtes noires par deux processus : l'automatisation et la division du travail. L'automatisation conduit à ce que le travail

mathématique soit cristallisé dans des instruments et des routines, ce qui dissimule le travail mathématique tout en développant un genre mathématique spécifique au milieu de travail. D'autre part, la division du travail préserve certaines sous-unités de la communauté de l'utilisation directe des mathématiques. Ces boîtes noires résultent de l'évolution historique des pratiques de travail et sont renforcées par des cultures et des systèmes d'activités spécifiques aux lieux de travail (Williams et Wake, 2007).

Cela crée un écart important pour les étudiants qui passent des mathématiques académiques aux pratiques professionnelles. Williams et Wake (2007) suggèrent que la compréhension des boîtes noires et des mécanismes liés à celles-ci peut aider à mieux aligner les programmes des établissements d'enseignement supérieur sur les besoins du monde du travail et à préparer plus efficacement les étudiants aux applications des mathématiques dans le monde réel. L'ouverture des boîtes noires implique de comprendre les processus historiques et culturels qui ont mené à former ces boîtes noires. Cela implique de comprendre les outils technologiques et mathématiques ainsi que les idées et concepts qui sous-tendent les boîtes noires. Cette situation met en évidence la nécessité d'une compréhension mathématique pour utiliser efficacement la technologie (Van der Wal et al., 2017). Cette compréhension approfondie ouvre la voie à une approche plus critique et informée de la technologie, qui ne se contente pas de compléter les capacités humaines mais vise également à enrichir la pratique professionnelle.

Dans le domaine médical, par exemple, l'intelligence artificielle (IA) joue un rôle croissant dans la découverte de médicaments et dans les diagnostics. Cependant, la complexité et le manque de transparence des algorithmes d'IA peuvent soulever des questions éthiques et pratiques. Par exemple, si un algorithme d'IA recommande un certain traitement, mais que les médecins ne comprennent pas le processus de prise de décision de l'algorithme, cela peut entraîner des problèmes éthiques et pratiques. À cet égard, Durán et al. (2021) soulignent que les défis associés aux algorithmes de type « boîte noire » ne devraient pas conduire à leur rejet total, ils devraient plutôt conduire à nous informer de la manière dont ces algorithmes sont conçus et mis en œuvre. Lorsque les médecins sont formés pour acquérir les compétences et l'expertise nécessaires, et

collaborent avec des informaticiens médicaux et des scientifiques des données, les algorithmes de type boîte noire peuvent contribuer à améliorer les soins médicaux. Cette perspective met en évidence l'importance d'apprendre à ouvrir les « boîtes noires » associées à la technologie, nous permettant ainsi d'aborder des problèmes médicaux importants de manière plus efficace et éthique (Durán et al., 2021).

Dans cette optique, Gravemeijer et al. (2017) ainsi que Williams et al. (2007) soutiennent que la démystification de ces boîtes noires offre une occasion unique de comprendre en profondeur les modèles et techniques sous-jacents, encourageant aussi l'exercice d'une pensée critique. La pensée critique constituerait un outil indispensable pour cultiver une compréhension profonde et responsable des sciences et de la technologie, permettant aux individus et à la société de naviguer de manière éclairée et réfléchie dans un monde de plus en plus complexe et technologiquement avancé. L'importance accordée à l'ouverture des boîtes noires est renforcée par les travaux de Van der Wal et al. (2017), qui mettent l'accent sur le développement de compétences pour interagir de manière informée avec la technologie, compétences essentielles pour une intégration réussie dans le domaine professionnel. Ainsi, le recours à la technologie, comme le soulignent Wake et Williams (2007), complémente et enrichit les compétences mathématiques humaines, plutôt que de les remplacer par l'usage des technologies. Cette idée trouve un écho dans les recommandations de Bakker et al. (2010) et Gravemeijer et al. (2017), qui préconisent un enseignement des mathématiques orienté vers le développement de compétences qui complètent les capacités des ordinateurs, favorisant une synergie entre l'humain et la machine plutôt qu'une compétition.

1.3.2 La nécessité d'une pensée critique

L'ère technologique actuelle offre des outils pour aborder la complexité des enjeux contemporains. Bien que l'utilisation de la technologie permette d'aborder la complexité de ces enjeux, elle peut se présenter comme un ensemble de boîtes noires, sans possibilité de porter un regard critique sur leur utilisation (Caron, 2001). Pour suivre les changements technologiques et sociétaux tout en acquérant des compétences mathématiques, Gravemeijer et al (2017) soulignent que l'enseignement des mathématiques doit s'adapter pour équiper les étudiants avec les

compétences nécessaires pour faire face aux avancements technologiques et changements sociétaux. Gravemeijer et al. (2017) renforcent cette idée, en mettant l'accent sur la nécessité d'adapter l'enseignement des mathématiques pour fournir aux étudiants des compétences adaptées aux changements technologiques et sociétaux actuels.

Ces compétences incluent non seulement la modélisation mathématique, qui permet de contextualiser et de simplifier des problèmes complexes, mais aussi des capacités avancées en argumentation et en communication mathématique. Gravemeijer et al. (2017) soulignent que ces compétences ne sont pas uniquement destinées à la compréhension des concepts mathématiques, mais qu'elles sont essentielles pour remettre en question, justifier et expliquer ces concepts, une pratique au cœur de la pensée critique, qu'ils identifient comme l'une des compétences clés du 21ème siècle.

Dans un monde de plus en plus dépendant de la technologie, il devient crucial de posséder la capacité d'analyser, de questionner et d'évaluer de manière critique les modèles et simulations technologiques. Bouleau (2001) met en avant que ces modèles sont souvent influencés par des intérêts sociaux et utilisent des langages mixtes, ce qui nécessite une évaluation et une critique approfondies. Reconnaître et prévoir les failles potentielles dans les systèmes complexes est essentiel pour développer des solutions innovantes en utilisant les outils technologiques à disposition.

La modélisation mathématique joue un rôle central dans la formation, confrontant les étudiants à la dualité entre réalités concrètes et concepts abstraits, et stimulant ainsi leur capacité à questionner, évaluer et réfléchir de manière critique. La modélisation reflète la double nature de la technologie, qui, tout en étant source de problèmes complexes, sert également d'outil pour les résoudre. Cette dualité souligne l'urgence de développer une pensée critique vis-à-vis des modèles technologiques, comme le souligne Bouleau (2001), qui insiste sur l'importance de se concentrer sur le processus de création des modèles plutôt que sur les représentations finales.

1.4 La place de la modélisation dans l'enseignement

1.4.1 L'écart entre la littérature et la pratique

La présence de la modélisation mathématique est variable dans l'enseignement des mathématiques au postsecondaire (Blum, 1993; Stillman, 2019) notamment en raison du manque de ressources et de soutien envers les enseignants qui doivent accompagner les étudiants lors de leurs apprentissages (Blum, 1993; Barquero et al., 2018; Maass, Geiger, et al., 2019; Gutiérrez et Gallegos, 2019). Les dimensions de la pratique mathématique que nécessite la modélisation, comme le transfert des concepts mathématiques dans le cadre de problème de la vie réelle et la simulation, ont occupé une place marginale dans l'enseignement, tant au niveau des étudiants que des enseignants qui les forment (Barquero et al., 2018). L'enseignement de la modélisation mathématique permet pourtant de tirer profit des logiciels numériques (Nyman et Berry, 2002) de plus en plus nombreux dans les lieux de travail (Gravemeijer et al., 2017; Skovsmose, 1994) et d'en profiter pour démystifier certains mécanismes ou processus présents dans ces outils, en ouvrant les boîtes noires dont les mathématiques sont à la portée des étudiants (Caron, 2018; Caron et al., 2015).

Selon Spandaw (2011), bien que la modélisation et son processus soient cruciaux pour la compréhension mathématique, ils sont souvent traités superficiellement dans l'enseignement. Les aspects épistémologiques de la modélisation sont généralement abordés de manière succincte, se résumant souvent à des règles heuristiques comme « simplifier » ou « utiliser des dimensions physiques ». Spandaw souligne ce problème en citant l'exemple d'un cours de baccalauréat pour ingénieurs, dispensé dans une université néerlandaise non spécifiée, qui accordait une attention considérable à divers types de modèles (conceptuels et phénoménologiques, quantitatifs et qualitatifs, déterministes et stochastiques), à la nature de la modélisation, et aux étapes du cycle de modélisation. Présentement, une version fortement réduite de ce programme est enseignée aux étudiants en mathématiques appliquées pour le baccalauréat, avec un accent prononcé sur les questions numériques, au détriment des principes sous-jacents de la modélisation. Cette situation

reflète une tendance préoccupante dans l'enseignement supérieur, où l'importance de la compréhension globale du processus de modélisation est souvent négligée.

Noirfalise (2004) met en lumière un dilemme intéressant : bien que la modélisation soit un élément essentiel des mathématiques, elle n'est pas toujours considérée comme une responsabilité centrale des mathématiciens. Cette perspective soulève une question importante sur le rôle de la modélisation dans l'enseignement des mathématiques. Pour rendre les mathématiques plus pertinentes et intéressantes pour un plus grand nombre d'étudiants, il pourrait être nécessaire de s'éloigner quelque peu de la rigueur stricte et de « l'orthodoxie mathématique » traditionnelle. Cela implique d'adopter une approche d'enseignement qui privilégie les applications directes des mathématiques dans les domaines d'intérêt des étudiants. Cette approche diffère des normes traditionnelles de rigueur en mathématiques, qui se concentrent souvent sur des méthodes procédurales et une compréhension strictement théorique des concepts. Spandaw (2011) illustre cette approche en prenant l'exemple d'un cours de biologie, où le cours commence par des expériences concrètes et des données expérimentales issues d'articles scientifiques que les étudiants doivent analyser, adoptant d'abord une modélisation « top-down ». Ensuite, le cours a continué avec de la modélisation ascendante « bottom-up », s'éloignant progressivement des expériences pour se tourner vers des modèles mathématiques abstraits. Gravemeijer (2007) souligne que cette approche pratique n'est pas nécessairement en conflit avec le concept d'abstraction mathématique. En réalité, l'abstraction mathématique, lorsqu'elle est bien utilisée, peut enrichir significativement tant les mathématiques appliquées que la modélisation. Elle offre un cadre pour comprendre les concepts sous-jacents de manière plus profonde, permettant ainsi une application plus efficace et plus significative dans des contextes réels. Bien que l'intégration de la modélisation dans l'enseignement des mathématiques puisse nécessiter une adaptation des normes traditionnelles de rigueur, elle ne diminue pas la valeur de l'abstraction mathématique. Au contraire, l'abstraction peut jouer un rôle clé dans l'enrichissement de la modélisation et des applications pratiques des mathématiques.

1.4.2 La modélisation et l'utilisation des technologies

La modélisation mathématique avec l'utilisation d'outils numériques représente un compromis intéressant entre l'approche d'enseignement mathématique traditionnelle et l'approche d'enseignement qui implique plus d'applications. L'utilisation de logiciels implique une approche plus abstraite où les étudiants ne se contentent pas de mémoriser des formules, mais comprennent et manipulent des concepts mathématiques à travers des outils numériques. L'idée de construire ou de modifier des modèles mathématiques de complexité croissante fait partie de l'abstraction mathématique (Boero et al., 2002). Cela permet aux étudiants de passer de la compréhension de concepts simples à des idées plus complexes, en utilisant à la fois la logique abstraite et les outils technologiques à leur disposition. L'ouverture de progressive de certaines des boîtes noires offre une occasion de comprendre les mathématiques cachées derrière les outils numériques (Caron, 2019). Cela est un processus d'abstraction qui amène les étudiants à reconnaître les principes sous-jacents plutôt que de se contenter uniquement des résultats obtenus à travers les outils.

Comme le souligne Caron (2007), les techniques rendues disponibles grâce à ces outils permettent de résoudre et d'aborder un large éventail de problèmes. Elles offrent la possibilité d'aborder en classe des problèmes proches de la vie réelle ayant un niveau de complexité jusque-là impensable. Cette intégration représente donc une avancée significative dans l'enseignement des mathématiques, offrant une approche plus dynamique, interactive et adaptée aux défis contemporains. Doerr et al. (2017) décrivent les outils informatiques comme un nouvel « univers » pour l'activité mathématique, offrant des « micromondes » mathématiques pour que les étudiants puissent développer leur curiosité et commencer des investigations mathématiques. Ces outils permettent l'exploration de nouveaux domaines mathématiques et donnent aux mathématiciens professionnels les moyens d'investiguer des réalités mathématiques auparavant inaccessibles (Doerr et al., 2017).

1.4.3 La modélisation et la pensée critique

« Il faut au contraire utiliser le langage de la modélisation et faire appel à une logique externe, à la biodiversité des idées, pour critiquer les enjeux sociaux des innovations. » - Bouleau (2001)

Bouleau (2001) suggère la nécessité de porter un regard critique dans tous les domaines influencés par la technologie. Il insiste sur l'importance d'une utilisation responsable et éclairée des outils technologiques, ce qui ouvre la voie à de nouveaux horizons et favorise une démarche démocratique et consciente. Cette perspective souligne le besoin d'une réflexion critique dans l'approche technologique utilisée dans divers domaines faisant appel à la modélisation mathématique.

Jablonka (2020) explore cette même nécessité dans le contexte spécifique du raisonnement et de la résolution de problèmes mathématiques. Elle note que bien que ces éléments de la pratique mathématique soient souvent associés à la pensée critique, leur relation reste sous-théorisée dans le domaine de la didactique des mathématiques. Cela dit, nous avons identifié quelques recherches portant sur l'association entre la pensée critique et différents contenus mathématiques à travers différents niveaux de scolarité. Richard Pallascio a contribué à combler cette lacune en théorisant le lien entre la pensée critique et l'apprentissage des mathématiques. Pour ce faire, il a notamment adapté l'approche *Philosophie pour enfants* pour développer la pensée critique chez les élèves du primaire (Pallascio & Lafortune, 2000; Pallascio et al., 2001; Pallascio et al., 2004). Reconnaissant que les mathématiques, tout comme la philosophie, sont perçues comme une discipline abstraite, le chercheur s'intéresse à pousser les élèves à réfléchir ensemble sur des concepts et problèmes mathématiques, à se les approprier et les intégrer. Les élèves sont encouragés à cultiver une pensée critique et à travailler en coopération avec leurs pairs. La pensée critique est perçue comme un outil pour transposer ces idées mathématiques dans la vie quotidienne.

Le développement de la pensée critique a souvent été associé au travail sur les probabilités et la statistique (Baillargeon, 2005 ; Savard, 2008). Cela révèle ainsi la pertinence du lien entre le développement de la pensée critique et des branches spécifiques des mathématiques. Dans un contexte plus large, la recherche de Jacques Boisvert (2004) se distingue comme l'une des seules études québécoises à avoir examiné la formation de la pensée critique spécifiquement au niveau collégial. Cette étude a porté sur le développement de la pensée critique dans la formation collégiale, en se concentrant sur les programmes d'études en Sciences de la nature, Design intérieur et Soins infirmiers. Boisvert a conclu que la représentation de la pensée critique que les enseignants transmettent à leurs étudiants varie significativement en fonction des disciplines enseignées. Les enseignants jouent un rôle dans l'organisation des apprentissages et l'application de stratégies visant à développer la pensée critique, adaptant leur enseignement aux particularités de chaque discipline. Toutefois, peu de recherches s'intéressent aux cours de mathématiques dispensés en enseignement supérieur et à leur lien avec la pensée critique. Dans notre recherche, nous nous intéressons à explorer l'articulation entre la pensée critique et la modélisation mathématique. Cette articulation sera davantage développée dans le cadre théorique.

1.5 La place de l'enseignement de la modélisation au collégial

Nous nous intéressons aux programmes pré-universitaires (DEC) ayant des cours de mathématiques. Dans notre étude, nous nous intéresserons aux programmes pré-universitaires[1] Sciences humaines (300.A1), Science de la nature (200.B1), Sciences, Lettres et arts (700.A1) et Sciences, informatique et mathématique (200.C1). Ces programmes pourraient être une porte d'entrée à la modélisation mathématique, car les cours de mathématiques offerts dans ces programmes ont une importance marquée dans le parcours des futurs étudiants universitaires. Dans l'étude québécoise de Cormier et Pronovost (2016), qui examine les attitudes des étudiants au

[1] Bien que le programme pré-universitaire Histoire et civilisation (700.B0) contient des cours de mathématiques « Méthodes quantitatives », dans le cadre de notre recherche, nous avons choisi d'omettre ce programme en raison de l'absence du cours de calcul.

collégial à l'égard de leurs cours, les chercheurs ont observé que les cours dispensés au collégial peuvent influencer de manière significative les choix de carrière des étudiants. Cette constatation soulève des questions sur l'impact de l'enseignement des mathématiques au niveau collégial sur les perspectives des étudiants entourant la discipline mathématique. Pour approfondir notre compréhension de cet effet, considérant le manque de littérature québécoise à ce sujet, il nous semble pertinent de nous tourner vers la littérature internationale et, en particulier, vers les études menées aux États-Unis, afin d'examiner de manière plus globale l'impact de l'enseignement des mathématiques sur le parcours éducatif et professionnel des étudiants.

1.5.1 La place du calcul dans les programmes préuniversitaires

Aux États-Unis, le calcul différentiel et intégral a été l'un des premiers cours proposés dans le programme *Advanced Placement* (AP) des années 1950, destiné aux élèves de secondaire prêts pour des études universitaires. Malgré des efforts sérieux pour former les enseignants du secondaire à présenter ces cours, différents avertissements ont été émis afin de souligner les dangers de précipiter les élèves dans un cours de *Calculus* (calcul différentiel et intégral) pour lequel ils n'étaient pas préparés et qui différait considérablement du cours de calcul différentiel et intégral enseigné à l'université. Présentement, aux États-Unis, la plupart des cours de calcul différentiel et intégral à l'université sont offerts par les départements de mathématiques. Ces cours sont souvent suivis par un grand nombre d'étudiants issus de diverses disciplines. Dans les universités américaines, ces cours de calcul différentiel et intégral attirent un large éventail d'étudiants de diverses disciplines, mais ont tendance à se concentrer plus sur la maîtrise des procédures que sur la compréhension conceptuelle favorisant la transposition des concepts dans leurs domaines de pratique ayant des contextes variés (Bressoud, 2016). Bressoud (2016) observe néanmoins des avancées positives dans l'enseignement du calcul différentiel et intégral, telles que la prise en compte des représentations graphiques et numériques en plus des représentations algébriques. De plus, de nombreuses expérimentations ont été menées afin de tester l'efficacité de l'utilisation de ressources en ligne, des méthodes d'apprentissage actives et des cours ciblés sur des disciplines spécifiques. Malgré cela, l'enseignement des concepts fondamentaux comme la limite,

la dérivée et l'intégrale ont peu changé dans l'enseignement du calcul différentiel et intégral, bien que les opinions des experts divergent sur les éléments essentiels de ce domaine. Wake (2014) souligne l'importance d'équilibrer l'enseignement des concepts et des procédures pour une meilleure compréhension de leur application tant en milieu scolaire qu'en milieu professionnel, en tenant compte des compétences demandées sur le marché du travail.

1.5.2 La perception des étudiants à l'égard de la discipline mathématique

Bien que la plupart des étudiants reconnaissent l'importance des mathématiques élémentaires dans la vie courante, plusieurs considèrent que les mathématiques plus avancées ne sont utiles que dans un cadre académique (Lopes, 2022). Cette perception des mathématiques avancées comme étant uniquement pertinentes dans un contexte scolaire est renforcée par l'importance accordée aux cours tels que le calcul différentiel et intégral dans le milieu académique. La réussite à ces cours est souvent perçue comme un argument positif pour qu'un dossier se démarque ; et elle est surtout considérée comme un prérequis pour l'admission à certains programmes universitaires (Bressoud, 2021). Cette perspective engendre une pression externe sur les étudiants à s'inscrire à des cours de mathématiques, même s'ils ne voient pas leur pertinence immédiate, alimentant un sentiment de « ne pas se sentir chez soi » (Williams, 2016) et un potentiel sentiment d'aliénation vécu par certains (Ellis et al., 2016) à l'égard des cours de mathématiques.

Face aux demandes changeantes du monde professionnel moderne, Swanson et Williams (2014) considèrent que la relation avec l'école devrait être redéfinie, du moins, pour une minorité d'étudiants. Cette minorité, notamment ceux qui occupent des postes de niveau intermédiaire, et qui doivent en plus maîtriser les modèles et les systèmes sous-jacents à ces modèles ainsi que leur utilisation dans le monde réel, pourrait bénéficier d'une approche éducative qui « rend visible l'invisible ». En ouvrant les boîtes noires des concepts mathématiques, l'enseignement pourrait contribuer à changer la vision négative à l'égard des mathématiques, en montrant comment ces concepts abstraits sont pertinents et applicables dans des contextes professionnels variés. De plus, ce ne sont pas les compétences liées aux calculs à effectuer qui sont en déficit parmi les employés, mais plutôt la compréhension des systèmes, surtout lorsqu'une communication ou un

développement lié à l'outil est nécessaire (Swanson et Williams, 2014). Cette approche, en alignant l'éducation sur les besoins réels du marché du travail, pourrait non seulement améliorer la préparation des étudiants pour leur future carrière, mais aussi renforcer l'appréciation et la compréhension des mathématiques dans des contextes pratiques et significatifs.

1.5.2.1 La modélisation comme source de motivation

La modélisation mathématique pourrait jouer un rôle pivot en permettant aux étudiants de visualiser l'application concrète des mathématiques sur des problèmes réels, renforçant ainsi leur confiance dans le développement de leurs capacités mathématiques (Maass et al., 2019). Bressoud (2021) et Gibbs et Park (2022) soulignent que, par la modélisation, les étudiants gagnent en confiance quant à leur capacité à résoudre des problèmes complexes. Cette affirmation est soutenue par une étude de Lopes (2022), réalisée dans une université fédérale brésilienne avec 117 étudiants de neuf spécialisations en ingénierie différentes, tous inscrits à un cours d'équations différentielles. Ces étudiants ont participé à des activités de modélisation mathématique, permettant d'évaluer l'impact de ces activités sur leur confiance et leur intérêt pour l'utilisation des mathématiques dans des contextes pratiques. L'aspect pratique de la modélisation, mis en évidence par Lopes (2022), accroît non seulement l'intérêt des étudiants pour l'apprentissage des mathématiques, mais les aide aussi à percevoir ces dernières comme un outil pertinent pour relever les défis du monde réel, donnant ainsi un sens profond aux mathématiques en lien avec leur domaine d'intérêt. Cette approche pratique favorise une meilleure appréciation des mathématiques, notamment en révélant des applications surprenantes pour les étudiants. Selon l'étude menée par Lopes (2022), les étudiants ont apprécié l'utilisation de concepts mathématiques tels que les équations différentielles ordinaires (EDO), et en démontrant leur pertinence dans des contextes variés, allant d'enjeux sociétaux (santé publique) à des enjeux individuels (gestion d'entreprise). En outre, cette étude révèle que la majorité des participants de l'étude reconnaissent l'utilité des mathématiques dans la vie quotidienne, en particulier les mathématiques de base, ce qui renforce leur intérêt et leur engagement dans leurs études (Lopes, 2022). Ce résultat englobe à la fois des perspectives sociales générales (enjeux sociaux, ex : les conséquences du taux d'alcool dans le

sang) et spécifiques (faire l'épicerie). Le cours d' EDO peut avoir contribué à cette reconnaissance ou l'avoir renforcée, mais la conscience et l'appréciation de l'utilité des mathématiques semblent avoir été présentes auparavant, sous l'influence d'une série d'expériences et de réflexions. L'intérêt personnel pour les mathématiques est souvent lié à des applications pratiques dans des contextes personnels, comme l'utilisation des mathématiques dans une entreprise familiale (Lopes, 2022). De plus, certains étudiants reconnaissent l'utilité des mathématiques apprises dans l'enseignement supérieur pour le développement du raisonnement logique et pour leur application interdisciplinaire (Lopes, 2022). Lorsque les étudiants découvrent le sens et la valeur des mathématiques dans leur domaine d'intérêt, cela transforme ainsi leur perception et leur engagement envers les mathématiques (Wake, 2014).

1.6 Les programmes d'études préuniversitaires

Avant d'entamer des études universitaires, il est impératif d'avoir obtenu un diplôme d'études collégiales au Québec (ou réussi une formation équivalente). Nous effectuerons un bref survol de la place accordée à la modélisation mathématique, à la technologie et à la pensée critique dans les programmes Sciences humaines (300.A1), Science de la nature (200.B1), Sciences, Lettres et arts (700.A1) et Sciences, informatique et mathématique (200.C1). Il est à noter que jusqu'en 2021, deux des trois cours[2] de mathématiques obligatoires en sciences de la nature étaient consacrés au calcul différentiel et intégral. Plus récemment, le ministère de l'Enseignement Supérieur a ajouté à ce programme un cours obligatoire de probabilités et statistique et un autre de programmation. Ces ajouts se réalisent progressivement à travers les cégeps depuis 2021 et pourraient favoriser l'intégration de l'enseignement de la modélisation mathématique.

[2] Les cours de mathématiques obligatoires en Sciences de la nature sont 201-NYA-05 – *Calcul différentiel, 201-NYB-05 – Calcul intégral et 201-NYC-05 – Algèbre linéaire et géométrie vectorielle.*

1.6.1 La place de la modélisation et de la technologie

Cette section explore la place accordée à la modélisation et à la technologie dans différents programmes collégiaux, mettant en lumière leur rôle indispensable dans l'enseignement des sciences, de l'informatique, et des mathématiques. Nous examinerons comment ces éléments sont intégrés dans les programmes de Science de la nature, Sciences, informatique et mathématique, Sciences, Lettres et arts, et Sciences humaines. Chaque programme présente une approche unique de la modélisation et de l'utilisation des technologies, allant de l'application de méthodes informatiques à la modélisation mathématique pour analyser des problèmes concrets.

Sciences de la nature (200.B1) : La formation spécifique du programme de Sciences de la nature inclut parmi ses buts : l'appréciation des liens entre les sciences, les technologies et la société, le traitement de situations complexes dans une perspective d'interdisciplinarité et l'utilisation des technologies numériques dans un contexte scientifique. Cela comprend l'utilisation de l'informatique pour simuler et résoudre des problèmes, ce qui permet une exploration de données et de concepts scientifiques sous un nouvel angle grâce à l'automatisation offerte par les outils informatiques. Cependant, il est intéressant de noter que la description de l'utilisation des technologies numériques constitue le seul endroit où la modélisation est mentionnée explicitement. L'étudiant devrait être « apte à explorer des logiciels spécialisés l'amenant, entre autres, à modéliser, à simuler et à programmer dans un contexte scientifique » (MES, 2021a, p.6). Malgré cette mention, que ce soit à l'intérieur du cours de programmation, de biologie, de chimie ou de mathématiques, il n'existe aucune mention des concepts mobilisés ou des processus permettant aux étudiants de modéliser, simuler et programmer dans un contexte scientifique. Le terme « modèle » apparaît à quatre reprises dans le programme d'études : deux fois en chimie et deux fois en biologie. Ces références témoignent de l'importance de la modélisation dans les disciplines scientifiques, mais ne pointent pas directement vers les mathématiques. Un autre endroit où il aurait été possible d'apercevoir la présence explicite de la modélisation mathématique se situe dans un des éléments de compétence commune à trois des cours de mathématiques : « Effectuer l'analyse de problèmes liés aux sciences de la nature » (MES, 2021a, p.22). Cet énoncé de

compétence pourrait représenter une occasion d'inclure la modélisation mathématique pour résoudre des problèmes concrets. De plus, cette idée est également présente dans l'énoncé du cours de probabilités et statistique : « Résoudre des problèmes liés aux sciences de la nature par l'utilisation de méthodes statistiques et de concepts de probabilités » (MES, 2021a, p.22). L'application, la résolution de problème, le calcul et l'interprétation des résultats sont des éléments qui se retrouvent dans les critères de performances liés à l'ensemble des compétences et qui s'avèrent aussi présenter des aspects cruciaux liés aux compétences nécessaires pour la modélisation mathématique. Ainsi, malgré l'absence de mention explicite de la modélisation mathématique, il existe une ouverture pour valoriser et inclure l'application des mathématiques dans l'enseignement de la discipline.

Sciences, informatique et mathématique (200.C1) : Tout comme le programme précédent, ce programme souligne l'importance des technologies en tant que pilier dans la relation entre les sciences, la société et la technologie dans les buts associés à la formation spécifique. Il mise sur le développement de solutions informatisées pour aborder des problèmes scientifiques dans une perspective interdisciplinaire. La modélisation, y compris l'utilisation de la récursivité et de la théorie des graphes en mathématiques discrètes, est utilisée pour analyser et résoudre des problèmes. La programmation objet est enseignée et présentée comme moyen de modéliser.

Sciences, Lettres et arts (700.A1) : Ce programme encourage l'utilisation de méthodes de travail et de technologies numériques adaptées aux disciplines étudiées. Cela suggère que la technologie est utilisée comme un support pour l'apprentissage et l'application des connaissances dans ces domaines. Similairement au programme de Sciences de la nature, le mot « modèle » apparaît dans les cours de biologie et chimie. Même si cela est moins mis en avant que dans le cours d'économie du programme de sciences humaines, la nécessité de décrire et d'interpréter les modèles associés au cours de sciences économiques est également valorisée dans le programme.

Sciences humaines (300.A1) : Dans le programme d'études en sciences humaines (300.A1), l'accent est mis sur l'utilisation d'outils et de méthodes de travail intellectuel, y compris les technologies nécessaires pour la réussite académique et la poursuite des études. Dans ce

programme, la modélisation mathématique est fortement intégrée, jouant un rôle dans l'analyse de diverses situations liées aux sciences humaines. L'accent est mis sur l'utilisation de la modélisation pour interpréter des situations concrètes, en se basant sur un raisonnement mathématique rigoureux et une interprétation cohérente des résultats (MES, 2021b). Le programme encourage également l'application de modèles mathématiques à des problèmes économiques et à des situations impliquant plusieurs variables (MES, 2021b). De plus, l'utilisation de l'algèbre linéaire et de la géométrie vectorielle est soulignée pour analyser des problèmes en sciences humaines, mettant en évidence l'importance de la modélisation mathématique dans ces domaines (MES, 2021b). En outre, le calcul différentiel et intégral est utilisé pour l'analyse de problèmes, démontrant la polyvalence de la modélisation mathématique dans divers contextes (MES, 2021b). Ces différentes mentions suggèrent une place importante accordée à la modélisation mathématique dans le programme, en reconnaissant son rôle important dans la compréhension des situations concrètes issues des sciences humaines.

1.6.2 La pensée critique

Le Ministère de l'Éducation à travers le Programme de formation de l'école québécoise du primaire et du secondaire (Gouvernement du Québec, 2006) reconnaît l'importance de développer une pensée critique à travers la compétence transversale d'ordre intellectuel « exercer son jugement critique ». Le ministère de l'Enseignement Supérieur s'inscrit dans la continuité de ce qui est amorcé à l'école en valorisant à son tour le développement du jugement critique et de la pensée critique.

Les cinq compétences communes à la formation collégiale selon le ministère de l'Enseignement Supérieur sont : résoudre des problèmes, exercer sa créativité, s'adapter à des situations nouvelles, exercer son sens des responsabilités, et communiquer. Dans l'énoncé de la compétence ciblant l'adaptation, il est attendu que « devant une situation nouvelle, l'élève démontre <u>une attitude réceptive et critique</u> » (MES, 2021abcd) Pour ce qui est de la compétence « exercer son sens des responsabilités », il est attendu que l'élève fasse « preuve d'éthique et

d'intégrité, exerce son jugement critique et s'engage pleinement sur les plans personnel, social et professionnel. » (MES, 2021abcd)

Sciences, Lettres et arts (700.A1) : Dans le but associé à la formation spécifique, il est attendu de l'élève qu'il puisse « exploiter des connaissances disciplinaires fondamentales et des éléments de culture générale » (MES, 2021, p.5). Dans ce but, il est attendu que « l'élève développe un esprit scientifique et exerce une pensée critique par une initiation aux fondements théoriques et méthodologiques ainsi qu'aux interprétations de disciplines variées » (MES, 2021, p.5). La pensée critique n'est pas associée à une discipline précise. Cela suggère une ouverture vers une approche interdisciplinaire qui permet aux élèves d'apprendre à intégrer et à évaluer des perspectives provenant de différentes disciplines. Cela peut aussi suggérer une visée transdisciplinaire qui serait mise en œuvre dans chacune des disciplines, mais de façon indépendante. Dans les deux cas, cela peut enrichir la pensée critique des étudiants et des étudiantes en leur permettant de voir les problèmes sous différents angles.

Science de la nature (200.B1) et Sciences, informatique et mathématique (200.C1) : Dans le but associé à la formation spécifique, « [f]aire preuve de sens critique et de rigueur intellectuelle » (MES, 2021ac) est une attente explicitement formulée. De plus, il est attendu que l'élève « utilise une démarche scientifique comme un outil de choix dans l'exercice d'une pensée structurée qui l'incite à faire preuve de rigueur et de sens critique.» (MES, 2021c)

Sciences humaines (300.A1): De façon plus explicite que dans les autres programmes, l'un des buts spécifique associé au programme de Sciences humaines vise à ce que l'élève puisse « démontrer un esprit scientifique et une curiosité intellectuelle, et exercer une pensée critique » (MES, 2021b, p.5). Le but est explicité en suggérant que « l'élève développe un esprit scientifique et exerce une pensée critique par une initiation aux fondements théoriques et méthodologiques ainsi qu'aux interprétations de plusieurs disciplines des sciences humaines. » (MES, 2021b, p.5) En plus d'encourager l'élève à s'ouvrir à des champs du savoir qui ne lui sont pas tous familiers, cette diversité des regards lui permet de mieux saisir la complexité des réalités humaines et stimule son intérêt pour une meilleure compréhension du monde complexe. Au terme de ses études, l'élève

démontre sa rigueur par sa capacité à différencier les faits des opinions, son aptitude à construire un raisonnement appuyé sur des sources crédibles (qui peuvent aussi être des mathématiques) et son habileté à développer une argumentation cohérente. Il est en mesure d'évaluer le discours scientifique sur des phénomènes humains de manière critique et de revoir ses idées à la lumière de nouvelles données. L'élève fait preuve de curiosité pour les différentes réalités que recouvre l'étude des sciences humaines et tend vers une plus grande autonomie intellectuelle. Non seulement le programme reconnaît explicitement l'apport de la modélisation mathématique dans les cours de mathématiques, mais il spécifie aussi clairement que la formation offerte permet à l'élève de développer une pensée critique.

Le qualificatif critique apparaît de différentes manières dans les programmes. Il s'y manifeste dans le cadre du développement du « sens critique », de la « démonstration d'une attitude critique », de « l'exercice d'un jugement critique », de « faire preuve de sens critique », de faire preuve d'une pensée critique. Boisvert (1999) ayant mené des études sur la formation de la pensée critique dans la scolarité québécoise soutient que ces différentes étiquettes représentent « un certain nombre d'attitudes, de dispositions, d'habitudes de pensée et de traits de caractère » permettant à l'élève d'arriver à développer une pensée critique.

En ce qui concerne la terminologie employée pour désigner la « pensée critique », il est important de noter que les termes utilisés dans cette section sont ceux prescrits par le Ministère de l'Enseignement Supérieur (MES) et non ceux choisis dans le cadre de la présente recherche. Des clarifications seront apportées dans le cadre théorique concernant le choix de retenir la terminologie de « pensée critique », afin d'établir une distinction claire entre les termes institutionnels et les choix terminologiques de cette recherche.

1.7 Synthèse

Face à la complexité des enjeux, la modélisation devient un outil utilisé dans différentes sphères de la société. Ainsi, pour la création, l'interprétation, l'analyse et la communication du modèle et des résultats, il est nécessaire de former des individus actifs aptes à modéliser pour créer,

évaluer, proposer des solutions. De plus, ces solutions doivent être communiquées, justifiées et socialement responsables (Maass et al., 2022). Développer la pensée critique devient un outil indispensable à la modélisation et inversement. En parallèle, le milieu de la recherche reconnaît la pertinence de l'enseignement de la modélisation mathématique (Bressoud, 2021; Gibbs et Park, 2022; Nyman et Berry, 2002) et la complexité grandissante des enjeux sociaux et scientifiques (Meadows, 2008). Toutefois, certains chercheurs en éducation soulignent que l'enseignement des mathématiques au postsecondaire a très peu changé (Hagman et al., 2017; Saxe et Braddy, 2015) de manière à faire place à la modélisation. Peu de recherches ont été effectuées au Québec pour expliquer cet écart entre les besoins dans les domaines scientifiques et l'absence de formation explicite à la modélisation. Qui plus est, dans les programmes d'études préuniversitaires contenant des cours de mathématiques, il y a une absence de mention explicite concernant la contribution des mathématiques au développement du sens critique, alors que cela est mentionné pour des disciplines comme la philosophie, le français et la physique. Considérant que le curriculum québécois met l'accent sur la compétence de résolution de problèmes dès le niveau primaire et que la modélisation mathématique se distingue en tant qu'approche particulière de résolution de problèmes permettant la compréhension de situations réelles ou la prévision de phénomènes qui leur sont liés (Caron, 2018), il nous semble pertinent de nous demander si l'intégration de la modélisation mathématique dans l'enseignement des mathématiques au collégial pourrait potentiellement enrichir la formation disciplinaire en cultivant la pensée critique, une compétence à laquelle la formation québécoise accorde de l'importance dès l'éducation préscolaire. Parallèlement, il convient d'explorer si l'engagement au regard du développement de la pensée critique dans les programmes préuniversitaires pourrait favoriser l'intégration de la modélisation mathématique dans les cours de mathématiques qui participent à ces programmes.

1.8 Objectif général de la recherche

Considérant les visées et les contraintes institutionnelles au collégial et l'évolution des besoins en sciences et technologie, l'objectif général de la présente recherche est d'explorer le potentiel d'intégration de la modélisation mathématique dans les programmes de Sciences de la

nature, Sciences, informatique et mathématique et Sciences humaines. Par « potentiel », nous entendons tant la possibilité, c'est-à-dire la faisabilité de l'intégration, que la contribution, c'est-à-dire les effets de cette intégration au sein du curriculum et chez les acteurs concernés. Cet objectif nous conduira notamment à examiner comment l'enseignement des mathématiques à travers la modélisation pourrait s'inscrire davantage dans le développement de la pensée critique chez les étudiants.

2 Cadre théorique

Dans ce chapitre, nous nous pencherons sur la définition des concepts théoriques qui nous permettront d'explorer la problématique soulevée précédemment. Cette exploration sera guidée par un schéma conceptuel (Figure 1) qui articule les relations entre les différents concepts mobilisés. La figure 1 présente ce schéma illustrant la manière dont la complexité dans la didactique des mathématiques peut être abordée à travers des concepts tels que l'incertitude, les boîtes noires et la technologie. Ces concepts seront discutés en profondeur afin de comprendre leur interrelation et leur pertinence pour l'enseignement des systèmes complexes, y compris les moyens d'étude tels que les équations différentielles et la dynamique des systèmes.

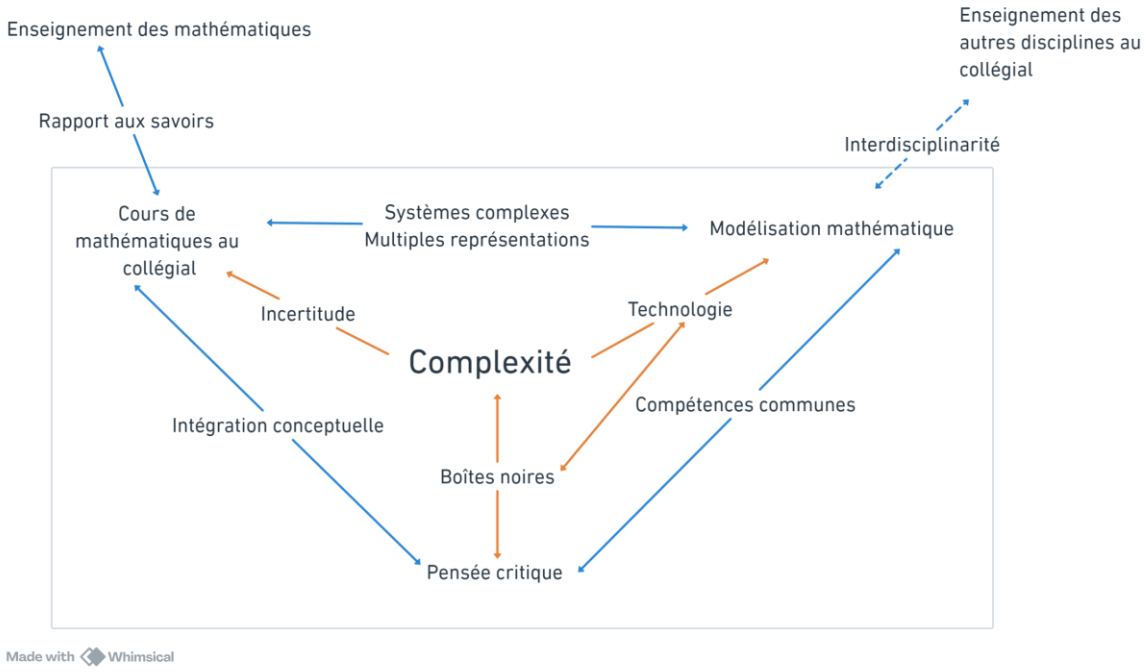


Figure 1 Schéma des concepts mobilisés et les liens entre eux

Dans le cadre théorique, nous nous concentrons sur leur rôle dans le deuxième niveau du schéma incluant trois éléments principaux : cours de mathématiques au collégial, modélisation mathématique et pensée critique.

Nous commencerons par explorer la notion de complexité (Section 3.1) dans le cadre des mathématiques et de leur didactique. Nous approfondirons ensuite la notion de modélisation (Section 3.2), en explorant divers cycles de modélisation. Nous discuterons des potentialités de la modélisation mathématique pour enrichir l'apprentissage et favoriser le développement de la pensée critique chez les étudiants. La section suivante (3.3) sera dédiée à la pensée critique, où nous examinerons les compétences associées et leur application spécifique dans le contexte mathématique. Nous verrons comment la pensée critique peut être intégrée à travers la modélisation.

Afin d'étudier le rapport des enseignants aux mathématiques, à la modélisation et à la pensée critique, nous introduirons ensuite le concept de rapport aux savoirs (Section 3.4), en examinant différentes approches — sociologique, anthropologique du didactique, et sociodidactique — et en proposant une approche hybride.

Nous conclurons ce chapitre par la présentation de nos questions de recherche spécifiques. Ce cadre conceptuel, illustré par la Figure 1, sera ainsi le fil conducteur qui nous permettra de naviguer à travers la problématique identifiée. Il nous permet d'articuler les liens entre complexité, modélisation, pensée critique et enseignement des mathématiques au collégial.

2.1 Complexité

La complexité étant un concept utilisé dans différentes disciplines (philosophie, informatique, mathématiques, chimie, biologie, etc.), il nous apparaît important de définir ce concept fondamental à la compréhension des enjeux traités par la modélisation. Les sciences ont longtemps été perçues comme étant exactes, sans ambiguïté et aptes à circonscrire un problème et expliquer une situation à l'aide de concepts scientifiques. Warren Weaver considère que les problèmes à résoudre en utilisant les sciences étaient considérés comme des « problèmes de simplicité à deux variables » (Weaver, 1948). Après les déséquilibres causés dans la société à la suite de la Seconde Guerre mondiale, Weaver formalise la science de la complexité. Se questionnant sur le rôle de la science sur le futur de l'humanité, il constate que la Seconde Guerre mondiale a permis deux développements majeurs qui pourraient aider les scientifiques à résoudre des problèmes complexes. Selon lui, la guerre a permis le développement de nouveaux appareils électroniques informatiques permettant d'aborder des problèmes complexes, de même que l'accessibilité à une approche multidisciplinaire au sein des équipes, par exemple l'utilisation de méthodes mathématiques pour des dossiers militaires. Avec ces constats, il propose un changement de paradigme : passer d'une science réductionniste, où la complexité est perçue comme étant explicable en analysant les parties individuelles du système de manière isolée, à une science de la complexité. Dans cette nouvelle perspective, la complexité est comprise en étudiant comment des interactions désorganisées peuvent donner lieu à des structures ou des comportements globaux émergents. Cette science de la complexité mobilise les outils rendus disponibles par le développement scientifique et technique pour résoudre des problèmes « of disorganized complexity » (Weaver, 1948). Il explore l'idée que comprendre la complexité nécessite une approche multidisciplinaire qui va au-delà des méthodes réductionnistes. Nous nous concentrerons à savoir comment la discipline mathématique peut contribuer à mieux aborder la complexité.

2.1.1 Les systèmes complexes

Plusieurs définitions concernant un système complexe existent, celle de Davis et Sengupta (2020) résume l'idée générale d'un système complexe.

« Un système complexe comprend de nombreuses composantes en interaction. C'est un système duquel émergent des comportements globaux qui ne peuvent pas être prédits de manière adéquate en spécifiant simplement les règles des agents individuels. » (Davis et Sengupta, 2020, p.113)

Les systèmes complexes, par leur nature interconnectée et leurs interactions dynamiques, apparaissent dans divers domaines. En écologie, les écosystèmes, dans lesquels les relations entre les espèces, les flux d'énergie et les cycles de la matière créent des équilibres fragiles, représentent des systèmes complexes. En économie, les fluctuations boursières résultant d'une multitude de facteurs influençant les investisseurs forment des systèmes complexes. En politique, les interactions entre les institutions gouvernementales, les partis politiques, les groupes d'intérêt, les médias et la population créent des systèmes avec des dynamiques complexes. Il en découle que les décisions politiques sont souvent influencées par une variété de facteurs tels que les besoins socio-économiques, les préoccupations et les pressions extérieures. Ces exemples témoignent de la complexité inhérente aux interactions multiples, aux comportements non linéaires et aux rétroactions qui caractérisent les systèmes complexes, illustrant ainsi la nécessité d'approches multidisciplinaires pour les comprendre et les gérer efficacement.

Pour mieux comprendre un système complexe, il est essentiel de comprendre les principales caractéristiques du système étudié et les nombreuses composantes en interaction qui composent ce système.

Bélair (2004) a brossé un portrait des principales caractéristiques et propriétés des systèmes complexes :

1. L'organisation hiérarchique : Les composantes d'un système complexe peuvent suivre une structure multi-échelles ou hiérarchique, rendant leur caractérisation sur une seule échelle de grandeur plus difficile.
2. Interaction entre différents éléments : différentes composantes et différents éléments interagissent entre eux et composent un système complexe.
3. Rétroaction : La rétroaction est une notion liée aux systèmes chaotiques, mais elle caractérise aussi les systèmes complexes. La rétroaction positive est caractérisée par « une amplification des perturbations dans le système » (Bélair, 2004). Une rétroaction négative permettrait d'atténuer les perturbations dans le système.
4. Non-linéarité : La non-linéarité est une propriété fondamentale d'un système complexe permettant au système de posséder des propriétés particulières comme la bistabilité et les oscillations[3]. La non-linéarité permet d'accéder à une structure de relations internes permettant à certaines composantes de différentes échelles du système de s'influencer.
5. Propriétés émergentes : Les systèmes complexes possèdent des propriétés qui sont observées à une certaine échelle du système et ne peuvent pas être décrites uniquement en analysant les propriétés des composantes individuelles. En effet, les propriétés émergentes proviennent des interactions entre de nombreuses composantes du système et ne peuvent être comprises que lorsque le système est étudié dans son ensemble.

La compréhension de ces systèmes n'est pas évidente, mais la modélisation mathématique des systèmes complexes et leur simulation constituent certainement une approche qui permet de mieux les comprendre.

[3] Bélair (2004) définit la bistabilité par la co-existence de deux états stables. Les oscillations sont définies comme des fluctuations dans les valeurs prises par une variable.

2.1.2 État de l'étude des systèmes complexes et de leur enseignement

Lesh (2006) souligne que dans une ère où l'information transmise est basée sur la technologie, les systèmes complexes demeurent des objets d'étude importants. Ces systèmes complexes, tout en ayant un impact direct sur la vie quotidienne des individus, suscitent des préoccupations en raison de la mécompréhension qui les entourent. En effet, cette mécompréhension sous-tend de nombreuses croyances, principes, politiques et processus qui nécessiteraient une compréhension approfondie pour une réflexion et une prise de décision éclairées et une conduite éthique au sein de sociétés complexes.

La compréhension des comportements de systèmes complexes comme les dynamiques sociales, les marchés économiques, les réseaux écologiques, nécessite le recours à des outils mathématiques et à des modèles. Pour que les étudiants puissent se préparer à ces réalités, il apparaît pertinent d'inclure une initiation à la complexité dans leur formation pour leur permettre de résoudre des problèmes de la vie réelle. Par ailleurs, il est possible d'aborder de tels systèmes complexes à l'aide d'outils technologiques. En effet, ceux-ci permettent d'explorer les dynamiques de ces systèmes à travers des modèles mathématiques, d'analyser des données et de simuler des phénomènes qui leur sont associés.

Caron (2019) souligne que l'enseignement de la modélisation de systèmes complexes pourrait permettre d'accroître la réflexion critique de futurs citoyens sur des enjeux importants. Afin d'y parvenir, il est essentiel que les étudiants développent une compréhension de la manière dont les simulations permettent aux modèles de produire des résultats. Des situations d'apprentissage avec des outils technologiques permettraient d'améliorer la compréhension des étudiants concernant des systèmes complexes et leur présence dans différents domaines et d'en ouvrir les boîtes noires mathématiques lorsqu'elles sont à la portée des étudiants.

2.1.3 Les systèmes complexes et la modélisation

L'étude et la compréhension de systèmes complexes nécessitent souvent des outils de modélisation mathématique (Bélair, 2004; Caron, 2019). Toutefois, le manque de ressources didactiques pour l'enseignement de l'étude des systèmes complexes a été soulevé par Lesh (2006). Ce dernier souligne néanmoins que l'intérêt grandissant de plusieurs domaines, incluant la didactique des mathématiques, envers les systèmes complexes est susceptible d'exiger un changement de paradigme pour intégrer des situations d'apprentissages liées aux systèmes complexes.

La simulation permet d'étudier les systèmes complexes à travers les modèles mathématiques construits. Caron et al. (2015) font valoir le potentiel de l'utilisation des outils de simulation tant pour apprécier la complexité des phénomènes que pour élargir le sens et la portée des apprentissages mathématiques. Les modèles mathématiques sont typiquement constitués d'équations pour décrire les relations entre les composantes du système; la simulation permet d'évaluer différents scénarios pour prévoir les comportements du système à plus ou moins long terme. Caron et al. (2015) soulignent que les simulations informatiques permettent aux étudiants de définir et manipuler les interactions du système à l'étude. Ainsi les étudiants peuvent manipuler les paramètres, explorer différentes configurations et observer les effets sur le système pour mieux comprendre les mécanismes sous-jacents aux comportements du modèle et les mathématiques qui permettent de les décrire.

2.1.4 Les moyens pour étudier les systèmes complexes

Dans ce chapitre, notre objectif est de mettre en lumière le potentiel et l'impact de l'intégration de la modélisation mathématique dans l'enseignement collégial, avec un accent particulier sur les équations différentielles et la dynamique des systèmes. Nous nous pencherons sur la manière dont ces deux concepts, essentiels dans les sciences naturelles et pour comprendre les systèmes complexes, peuvent être incorporés de façon plus immersive et interactive au niveau collégial. Nous explorerons comment la modélisation mathématique, en s'appuyant sur des outils

technologiques, peut non seulement faciliter l'apprentissage de concepts mathématiques avancés, mais aussi permettre aux étudiants d'aborder des problématiques réelles et complexes. L'ensemble de ce chapitre vise donc à démontrer comment l'intégration de la modélisation mathématique dans l'enseignement collégial pourrait enrichir l'expérience éducative, améliorer la compréhension des étudiants et les préparer à affronter les défis complexes de leurs futurs domaines professionnels.

2.1.4.1 Les équations différentielles

Dans les sciences naturelles, les systèmes complexes sont une notion étudiée qui peut, entre autres, être décrite par des termes et expressions comme des équations différentielles de différents ordres. Caron (2015) suggère que la modélisation mathématique permet d'aborder simultanément les concepts de dérivée, d'intégrale et d'équation différentielle – des concepts prescrits par le programme au collégial. La modélisation permet d'explorer ces notions mathématiques et le déploiement des différentes représentations de celles-ci pour mieux comprendre le sens accordé aux concepts utilisés et enseignés.

L'utilisation des outils technologiques faciliterait les calculs à effectuer et laisserait plus de temps dans les cours pour étudier en profondeur des concepts qui permettraient d'aborder des problèmes plus complexes et plus près de la vie réelle (Caron, 2007). Le temps gagné pourrait être utilisé pour ouvrir les boîtes noires que l'utilisation des méthodes numériques de résolution utilisées par les logiciels peut générer. La combinaison des approches analytiques, graphiques et numériques permet aux étudiants de mieux comprendre les équations qu'ils essaient d'utiliser en favorisant l'apprentissage conceptuel par rapport à l'apprentissage procédural (Andersan & Seaquist, 1999).

Cette exploration numérique ne s'éloigne pas nécessairement des priorités des cours de mathématiques centrés sur la preuve et la démonstration. L'exploration numérique pourrait encourager les étudiants à la recherche de preuves et à la formulation de conjectures, motivés par la résolution du problème ou l'explication d'un comportement observé.

Caron (2015) suggère que le recours à des méthodes numériques pourrait faciliter le passage du discret au continu en valorisant la notion de limite. La résolution des équations différentielles par la méthode d'Euler s'appuie sur la discrétisation du temps pour transformer des équations différentielles en relations de récurrence. Rappelons que la résolution d'une équation différentielle consiste à trouver une fonction inconnue dépendant d'une variable indépendante et de ses dérivées. La résolution analytique d'une équation différentielle peut parfois être très complexe, voire impossible, ainsi l'utilisation des méthodes numériques permet d'approximer la solution. La méthode consiste à discrétiser le temps en de petits intervalles réguliers et à approcher la dérivée de la fonction inconnue par une différence finie sur chaque intervalle. Ce processus permet d'estimer les changements de la fonction sur les intervalles de temps. L'intégration numérique est la somme de ces changements. En réitérant ce processus à chaque pas de temps, il est possible de calculer une séquence de valeurs approximatives de « y » à différents instants. Grâce à ces sommations successives, il est possible d'observer l'évolution globale de la fonction dans le temps malgré sa nature continue et complexe.

L'apprentissage d'une telle approche, par la discrétisation du temps, aide à renforcer les liens conceptuels entre les suites, les séries et le calcul intégral. En offrant une approximation numérique de la solution des systèmes d'équations différentielles ordinaires sur un intervalle de temps donné, la méthode d'Euler constitue une introduction à la fois simple et puissante à la résolution numérique des équations différentielles.

Caron (2015) suggère en effet que l'enseignement des méthodes numériques permettrait d'aborder des problèmes de mathématiques appliquées en lien avec la biologie, la pharmacologie, l'environnement et d'autres domaines. Cela permettrait aux étudiants de développer un regard positif envers les mathématiques et de même considérer l'utilisation des mathématiques dans leurs futurs domaines de pratique. Lopes (2022) souligne que la modélisation mathématique a le potentiel d'augmenter l'intérêt des étudiants envers les mathématiques. Bien que l'intérêt envers les mathématiques ainsi que la perception de leur utilité aient augmenté, Lopes (2022) note qu'il

est difficile de transférer les réflexions critiques qui ont émergé lors des activités de modélisation dans la vie personnelle des étudiants.

2.1.4.2 La dynamique des systèmes

Considérant qu'un grand nombre de phénomènes peuvent être décrits grâce à des systèmes complexes, il nous semble important d'apprendre à aborder de tels systèmes. Étant donné que notre public cible pour cette étude concerne principalement les étudiants au collégial qui y apprennent le calcul différentiel et intégral, la modélisation par la dynamique des systèmes pour traiter des systèmes complexes s'avère une approche à la fois compatible avec les contenus mathématiques enseignés dans ces cours et apte à en élargir l'utilisation. L'approche des systèmes dynamiques a été fondée par Jay Forrester (Caron, 2019). Forrester concevait la dynamique des systèmes comme une méthode pour l'analyse de systèmes complexes à l'aide d'outils de simulations sur les ordinateurs afin de comprendre comment les structures connues et les politiques produisent des comportements inattendus et problématiques. Il attribuait ces difficultés au manque de compréhension des comportements des systèmes dynamiques de la part des décideurs publics qui sont aussi mandatés pour concevoir de nouvelles politiques publiques permettant de modifier les effets indésirables des systèmes problématiques, conçus avec une vision à court terme. Afin d'augmenter l'idéation de politiques publiques réussies traitant d'enjeux liés aux systèmes, Forrester a recommandé l'implémentation de l'enseignement des systèmes dynamiques dans l'éducation préuniversitaire (communément appelé K-12). Cette recommandation visait le système éducatif et les décideurs impliqués dans la conception des programmes et l'élaboration des politiques pour les écoles états-uniennes (Forrester, 1992). Ainsi, toutes les personnes instruites disposeraient d'une compréhension de base des dynamiques inhérentes aux systèmes. (Fisher, 2018).

Lane (2000, cité dans Kunc, 2017) présente deux caractéristiques intéressantes pour étudier les dynamiques d'un système lors d'une approche de modélisation:

1. Boucles de rétroaction d'information (*Information feedback loops*) : Cela implique la collecte d'informations sur l'état du système et sur la mise en action qui modifie l'état du système. Les interactions complexes entre les différentes variables d'un système peuvent conduire à des comportements contre-intuitifs et non linéaires, nécessitant une analyse approfondie.
2. Simulation informatique : La simulation informatique permet de conceptualiser de telles boucles de rétroaction afin de déduire le comportement dynamique conséquent sans assistance. La simulation informatique est utilisée de manière rigoureuse pour déduire les conséquences comportementales au fil du temps. La simulation permet de visualiser et d'explorer les interactions complexes entre les différentes variables et de comprendre comment différents éléments du système dominent à différents moments.

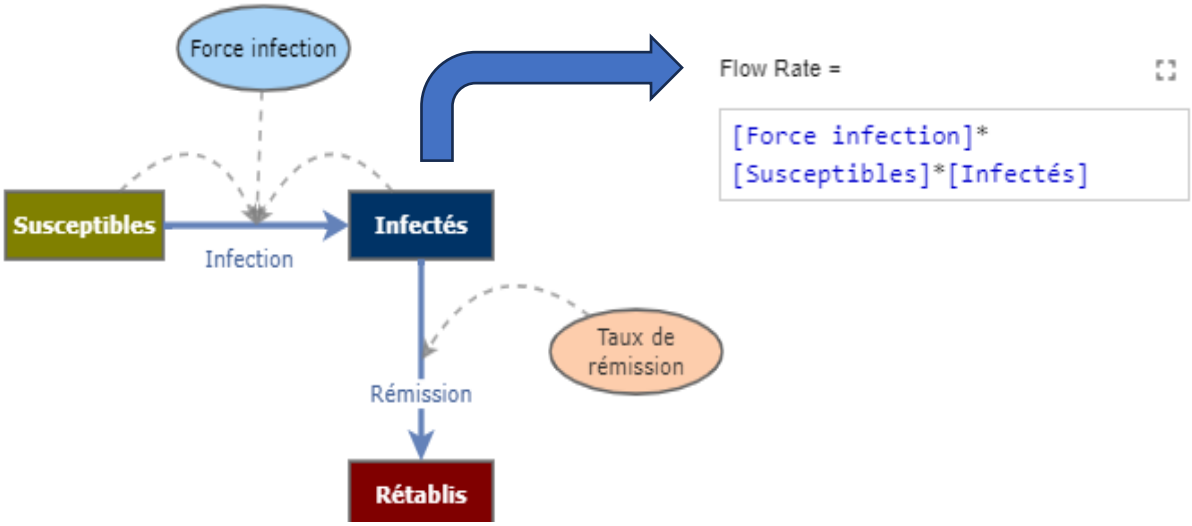


Figure 2 Représentation visuelle d'un système dynamique (Caron, 2015a)

L'émergence de logiciels comme *Stella, Powersim, Vensim* et *Insight Maker* favoriserait la modélisation de systèmes dynamiques (Caron, 2019). Barbrook-Johnson & Penn (2022) définissent un modèle de système dynamique à partir de réservoir (*stock*), flux *(flow)* et des facteurs qui affectent les flux. Les réservoirs représentent des entités pouvant accumuler ou épuiser des

unités à travers le temps. Les flux illustrent le taux de variation dans un réservoir. Les flux représentent les dérivées par rapport au temps (associées aux équations différentielles) et peuvent être modifiés par les autres variables du modèle. Ces équations peuvent être relativement simples, utilisant des opérations arithmétiques, des fonctions (comme des fonctions exponentielles) et des paramètres précisant l'interaction des variables entre elles. Une fois que l'ensemble de réservoirs, de flux et de paramètres est spécifié dans les équations, la simulation peut être réalisée en choisissant un point de départ. Le point de départ de la simulation peut être un ensemble de valeurs de réservoir (*a set of stock values*). La simulation calcule le changement des valeurs des réservoirs initialement choisies à travers les pas de temps répétés. Le logiciel *Insight Maker* utilise la méthode d'Euler pour générer les résultats. La figure 2 est un exemple d'un diagramme d'un modèle de système dynamique composé de réservoirs et de flux pour simuler une épidémie fait à partir de *Insight Maker*. Dans ce logiciel, les rectangles représentent les réservoirs. Les flux sont représentés par les flèches droites. Les paramètres influençant les flux sont représentés par les flèches pointillées et les ovales représentent des variables ou des paramètres. Le logiciel *Insight Maker* permet à l'utilisateur de définir les formules des flux, en tenant compte des réservoirs, paramètres et autres éléments du système. C'est l'utilisateur qui spécifie non seulement les caractéristiques des réservoirs et des paramètres, mais aussi les formules des flux eux-mêmes (Voir la partie de droite de la figure 2). Dans la partie de droite de l'image, le *flow rate* présente une équation mathématique qui décrit le taux d'infection, c'est-à-dire, le flux d'individus passant de l'état « Susceptibles » à l'état « Infectés ». L'équation est représentée comme suit :

$$Flow\ Rate\ =\ [Force\ d'infection]\ *\ [Susceptibles]\ *\ [Infectés].$$

Ici, la force d'infection représente la probabilité qu'une personne susceptible soit infectée lorsqu'elle est exposée à une personne infectée. Ce paramètre peut dépendre de plusieurs facteurs et variables contextuelles, comme la durée du contact des individus. La variable *Susceptibles* représente le nombre de personnes dans la population qui sont susceptibles à l'infection, c'est-à-dire qui n'ont pas encore été infectées et qui n'ont pas d'immunité. La variable *Infectés* représente le nombre de personnes présentement infectés dans la population. Ces derniers peuvent transmettre

l’infection aux personnes susceptibles. L’équation illustre que le taux auquel les personnes susceptibles deviennent infectées dépend de la force de l’infection, du nombre de personnes susceptibles et du nombre de personnes infectées. Cette modélisation permet de développer une intuition envers les équations qui caractérisent le système dynamique. Dans ce cas particulier, cela permet d’anticiper le nombre d’individus qui seront infectés à un moment donné en fonction des paramètres du modèle. Lors du déroulement de la simulation, *Insight Maker* applique ensuite la méthode d’Euler à chaque pas de temps, en respectant les paramètres temporels également définis par l'utilisateur.

La modélisation de systèmes dynamiques permet de considérer une approche qualitative et quantitative pour l’exploration et l’analyse des systèmes complexes (Kunc, 2017). Caron (2019) suggère que les étudiants peuvent davantage s’ouvrir à une analyse qualitative des problèmes, permettant de se concentrer sur les principes et les mécanismes de rétroaction du modèle, lorsque la simulation s’occupe des calculs à effectuer à partir du modèle construit par l’utilisateur.

Pour faciliter la compréhension approfondie d'un concept donné, l’utilisation des outils technologiques permet de favoriser une approche d’enseignement qui valorise des représentations multiples. Cette approche permet d'exploiter efficacement les avantages des diverses représentations visuelles, graphiques et interactives pour comprendre un concept mathématique sous différents angles (Goldenberg, 1997). Dans le même esprit, l’utilisation de représentations multiples joue un rôle clé dans la modélisation de systèmes complexes. L'analyse qualitative d'un modèle complexe repose sur une compréhension en profondeur du système modélisé. Elle se concentre sur la reconnaissance des tendances, des interrelations entre les différentes variables et des schémas de comportement qui émergent à la fois au sein du système et de la situation représentée. Cette approche qualitative offre la possibilité d'identifier et de saisir les éléments clés qui influencent les comportements du système, permettant ainsi d'envisager et d'anticiper divers scénarios possibles.

Il convient de souligner que l'approche qualitative ne se limite pas seulement à l'analyse, mais elle joue également un rôle dans l'amélioration de l'intuition face aux situations complexes à

modéliser. En suivant cette approche, les apprenants et les modélisateurs développent une compréhension plus profonde et intuitive du système, ce qui favorise une meilleure prise de décision et une résolution de problèmes plus éclairée (Sterman, 1994).

L'analyse quantitative permet de formaliser les idées et réflexions qui ont émergé, entre autres, lors d'une analyse qualitative (Sterman, 2000). Elle permet d'évaluer des hypothèses, prédire des situations et quantifier l'impact des changements sur le système. En effet, la modélisation permet d'intégrer des données numériques pour simuler le comportement du système dans le temps. Nous pouvons attribuer des valeurs basées sur des observations empiriques, des expérimentations ou des données historiques aux paramètres liant les différentes variables des équations représentant le modèle. Les méthodes de résolution numérique permettent à l'utilisateur de simuler un modèle sur des périodes variables afin d'étudier l'évolution du système lorsqu'il est soumis à différentes conditions (Caron, 2019).

La combinaison des deux approches, qualitative et quantitative, offrirait une compréhension du système complexe à modéliser. De plus, les systèmes complexes sont présents dans des domaines comme l'économie, l'écologie, la santé publique où il est essentiel de comprendre à la fois les dynamiques qualitatives et les résultats quantitatifs pour mieux cerner la problématique identifiée et prendre des décisions éclairées (Boccara, 2004; Sabelli, 2016).

2.1.4.3 L'interdisciplinarité

Selon Davis et Sengupta (2020), prendre en compte la complexité dans l'enseignement des mathématiques engendrerait des bienfaits notables. En effet, cela favoriserait une culture de coopération et de collaboration, mettant en lumière l'importance de l'interdisciplinarité et de la transdisciplinarité face aux enjeux que les étudiants doivent appréhender. Bien que des termes tels que la transdisciplinarité et la multidisciplinarité soient également en jeu, pour cette recherche, dans le cadre de la définition d'un type de modèle en particulier, nous privilégions l'interdisciplinarité. Cependant, René de Cotret & Vincent (2008) soulignent que toutes les définitions ne trouvent pas un consensus unanime, insistant sur la nécessité d'une étude

approfondie sur l'interdisciplinarité. René de Cotret & Vincent (2008) définissent l'interdisciplinarité, la multidisciplinarité et la pluridisciplinarité comme suit :

- Interdisciplinarité : Interaction entre plusieurs disciplines, intégrant leurs concepts et méthodes pour un projet commun.
- Pluridisciplinarité : Plusieurs disciplines collaborant sur un même projet, mais conservant chacune leurs propres concepts et méthodes.
- Multidisciplinarité : Disciplines abordant des thèmes similaires indépendamment, sans partager un projet ou des méthodes unifiées.

Bélair (2004), Bouleau (2002) et Caron (2019) ont aussi effectué des recherches sur l'importance croissante de l'interdisciplinarité et de l'enseignement de la modélisation. Caron (2019) souligne que la modélisation des systèmes complexes est plus répandue dans l'enseignement des sciences que des mathématiques, notamment en raison de l'utilisation de simulations et de la tradition expérimentale dans les sciences. Elle indique que certains éléments de la modélisation des systèmes dynamiques, tels que les flux avec le taux de changement ou les boucles de rétroaction, peuvent être intégrés en mathématiques pour introduire des notions prescrites par le programme, tout en encourageant la collaboration avec les enseignants de sciences.

Selon Bouleau (2002), la modélisation peut être envisagée comme un langage interdisciplinaire principalement ancré dans les mathématiques. Il soutient que la formation des ingénieurs et des scientifiques devrait intégrer explicitement la capacité à s'exprimer en utilisant la modélisation tout en étant capable de critiquer d'autres discours techniques grâce à cette même modélisation. Cette perspective souligne l'importance de l'interdisciplinarité pour permettre une communication fluide et une compréhension mutuelle entre différents domaines.

Bélair (2004) aborde également le rôle de l'interdisciplinarité dans le contexte de la modélisation mathématique. Il partage l'exemple du domaine de pratique de la biologie intégrative, où les experts issus de domaines hautement mathématisés assument souvent la

responsabilité des mathématiques impliquées dans leurs problèmes complexes. Il souligne que l'importance accordée à l'enseignement des mathématiques dans la formation des scientifiques a rendu possible cette collaboration transdisciplinaire et que l'interdisciplinarité est devenue fondamentale dans l'organisation de la recherche scientifique.

Bref, il semble pertinent de promouvoir l'interdisciplinarité en lien avec la modélisation et les systèmes complexes, car elle permettrait de développer des compétences essentielles pour le 21e siècle, telles que la collaboration, la communication et la résolution de problèmes complexes. La promotion de l'interdisciplinarité aiderait à la modélisation des systèmes dynamiques, un outil accessible dès le collégial, pour étudier les systèmes complexes dans divers domaines, allant des sciences aux problèmes sociétaux. Bien que l'interdisciplinarité puisse aider à la modélisation, il est important de considérer le lien inverse également. Il est pertinent de souligner qu'en intégrant la modélisation dans l'enseignement, il devient possible de démontrer aux étudiants comment différents concepts se complètent et interagissent. Cela peut naturellement ouvrir la voie à une certaine interdisciplinarité.

2.2 Modélisation

La modélisation mathématique a fait couler beaucoup d'encre dans les dernières années, autant dans la recherche en didactique des mathématiques que dans les politiques conseillant les autorités compétentes lors de la pandémie COVID-19. Ainsi, il nous semble important de définir la modélisation mathématique et les modèles mathématiques qui découlent du processus de modélisation.

Kaiser (2006) souligne que, parmi les discussions internationales sur les applications et la modélisation mathématique, il ne semble toujours pas exister une compréhension homogène de la modélisation et de ses racines épistémologiques.

La modélisation mathématique peut être vue comme une forme de résolution de problèmes de la vie réelle (Caron, 2018; Stillman, 2019). Elle permet un processus d'application de mathématiques à un problème de la vie réelle dans une perspective de mieux comprendre et prédire l'évolution de ce problème. Stillman (2019) note que la modélisation mathématique va au-delà d'une application simple des mathématiques. En effet, dans ce cadre, les mathématiques sont utilisées afin de permettre de mieux comprendre la situation et le problème de la vie réelle. La personne qui modélise pose le problème, les questions et mobilise les concepts mathématiques nécessaires pour mieux aborder le problème à résoudre. Le processus de modélisation mathématique pour parvenir à obtenir un modèle peut être représenté par un cycle de modélisation. Globalement, les cycles de modélisation ne sont pas linéaires et peuvent nécessiter des allers-retours entre certaines étapes.

Caron (2018) indique que les modèles sont des représentations simplifiées de situations, pouvant recourir à différentes formes de langage, comme des registres graphiques, symboliques, numériques ou verbaux. Un modèle peut être comparé à un programme informatique dans la mesure où tous deux visent à résoudre des problèmes, simuler des systèmes ou explorer des scénarios possibles. Cette similarité émerge parce qu'un programme informatique peut également être considéré comme un type de modèle, car il offre une manière structurée de traiter des situations

complexes. Ainsi, l'acte de modéliser englobe la création, l'utilisation, la validation et l'ajustement de modèles, qu'ils soient sous forme mathématique ou sous forme de programmes informatiques. Cette démarche permet d'obtenir une meilleure compréhension des situations étudiées et offre des outils pour analyser, simuler et prédire des comportements.

2.2.1 Les cycles de modélisation

Les cycles de modélisation de Blomhoj (2003), Blum et Leiβ (2007), Caron (2008), Gibbs et Park (2022), et Rosa et Orey (2015, présenté dans Doerr et al., 2017) ont été définis pour des fins d'enseignement, d'apprentissage et de recherche en didactique. Nous parcourrons rapidement ces cycles de modélisations et les particularités qu'ils comportent. Par la suite, nous justifierons le choix de notre cycle de modélisation pour le présent projet.

2.2.1.1 Le cycle de modélisation de Blum et Leiβ (2007)

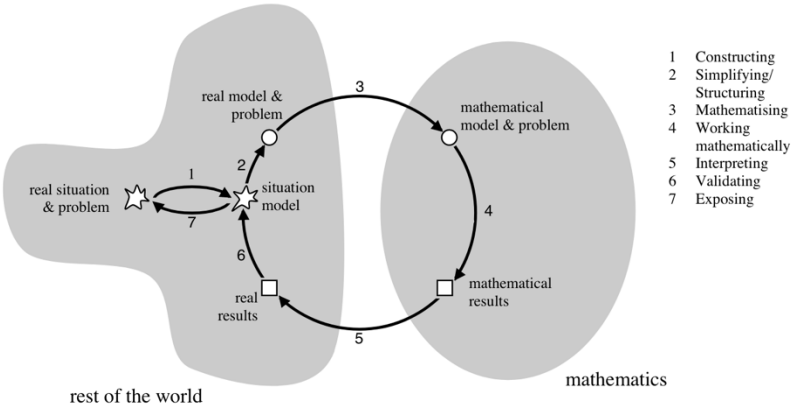


Figure 3 Le cycle de modélisation de Blum et Leib (2007)

Le cycle de modélisation de Blum et Leiβ (2007) (Figure 3) est schématisé de manière assez efficace et est sans doute le plus utilisé dans les études didactiques (Doerr et al., 2017). Toutefois, le cycle distingue le monde réel du monde mathématique, sans justification précise, ni les hypothèses de l'impact d'une telle division sur le processus de modélisation. Or, cette division

peut générer un impact dans l'étape de la mathématisation, c'est-à-dire, la traduction du problème en équations mathématiques. Elle peut contribuer notamment à confirmer le constat des étudiants : les mathématiques peuvent ignorer l'importance du contexte dans le processus de modélisation (Brown, 2019). Selon Doerr et al. (2017), des représentations abstraites du processus de modélisation peuvent parfois être inadéquates pour appréhender la multitude de voies d'apprentissage qui se manifestent en classe. Ainsi, en établissant une barrière entre le monde réel et les mathématiques, il est possible que les étudiants réduisent exagérément la complexité d'un problème pour faciliter sa modélisation. Cette tendance des étudiants à sursimplifier ou à réduire à outrance la complexité risque de produire des modèles mathématiques trop éloignés de la situation réelle. De plus, elle pourrait entraver la capacité des étudiants à transférer des connaissances d'un contexte à un autre. Les étudiants pourraient identifier les compétences mathématiques acquises spécifiquement à ce contexte.

Le cycle de modélisation décrit par Blomhoj (2003)

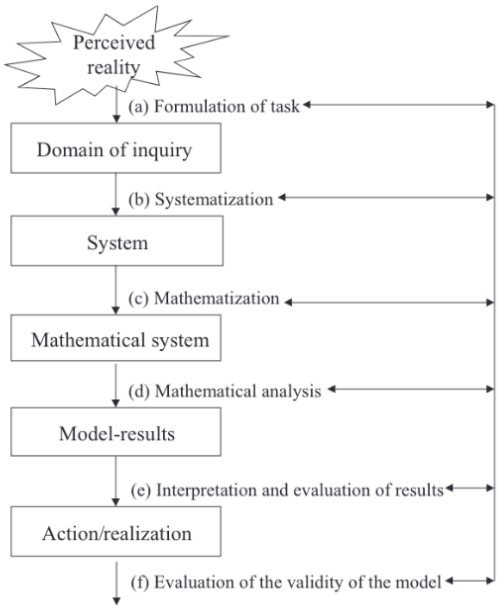


Figure 4 Le cycle de modélisation de Blomhoj (2003)

Le cycle de modélisation (Figure 4) décrit par Blomhoj (2003) contient six sous-processus: la formulation de la question, la construction du modèle, la résolution du modèle, l'interprétation

des résultats, la validation du modèle et la communication des résultats. Le processus de modélisation mathématique est un processus complexe faisant appel à différentes compétences. Blomhoj (2003) perçoit la modélisation mathématique comme une compétence à acquérir en soi. Blomhoj (2003) définit la compétence comme étant la capacité d'une personne à répondre de manière efficace aux défis présentés lors d'une situation. La compétence est orientée vers l'action autant au niveau physique que mental, notamment à travers les décisions à prendre lors d'une situation. Le développement de la compétence de modélisation est caractérisé par la capacité à mener le processus et les sous-processus de manière autonome et avisée dans différents contextes. Le cycle peut être parcouru plusieurs fois, dans un sens ou dans l'autre, et les flèches sur le côté droit de la Figure 4 indiquent cette possibilité. Les étudiants doivent travailler avec tous les aspects mentionnés pour développer leurs compétences en modélisation mathématique.

2.2.1.2 Le cycle de modélisation de Rosa et Orey (2015)

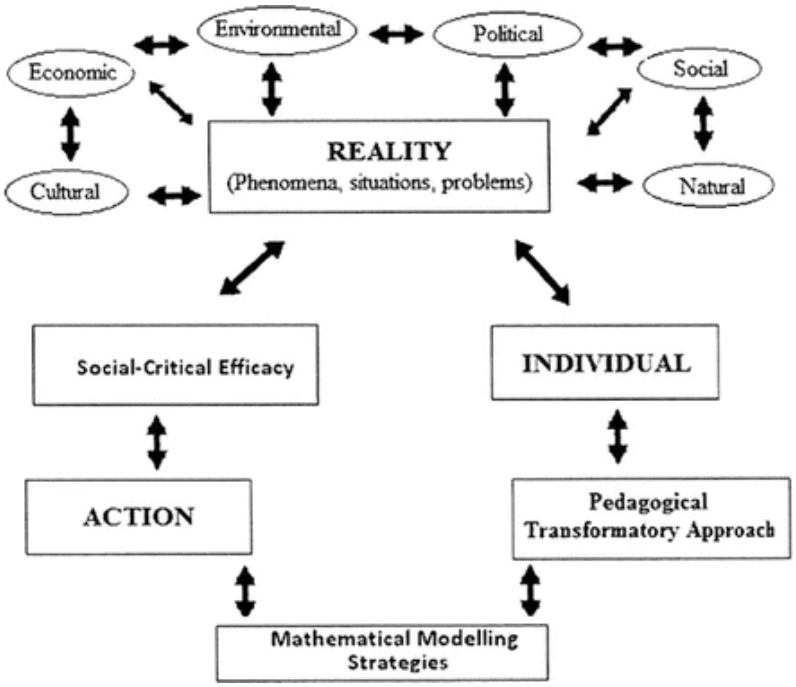


Figure 5 Le cycle de modélisation de Rosa et Orey (2015)

Le cycle de modélisation Rosa et Orey (2015) à la Figure 5 valorise la sensibilisation des étudiants au contexte socioculturel duquel émerge le problème que les étudiants tentent de modéliser. Le cycle n'intègre pas les conséquences du processus de modélisation à même le processus, mais plutôt à l'extérieur de celui-ci, soit dans le rôle des mathématiques dans la société ou comme un processus de validation des conséquences après la modélisation. Les conséquences du modèle sur le contexte sont prises en compte, après la modélisation, dans les différentes dimensions de la réalité : économique, culturelle, environnementale, politique, sociale et naturelle. La séparation entre les mathématiques utilisées et les conséquences liées à son contexte d'application contribue à creuser l'écart selon lequel les mathématiques ne peuvent qu'être appliquées dans certains contextes (Lopes, 2022).

2.2.1.3 Le cycle de modélisation décrit par Caron (2008)

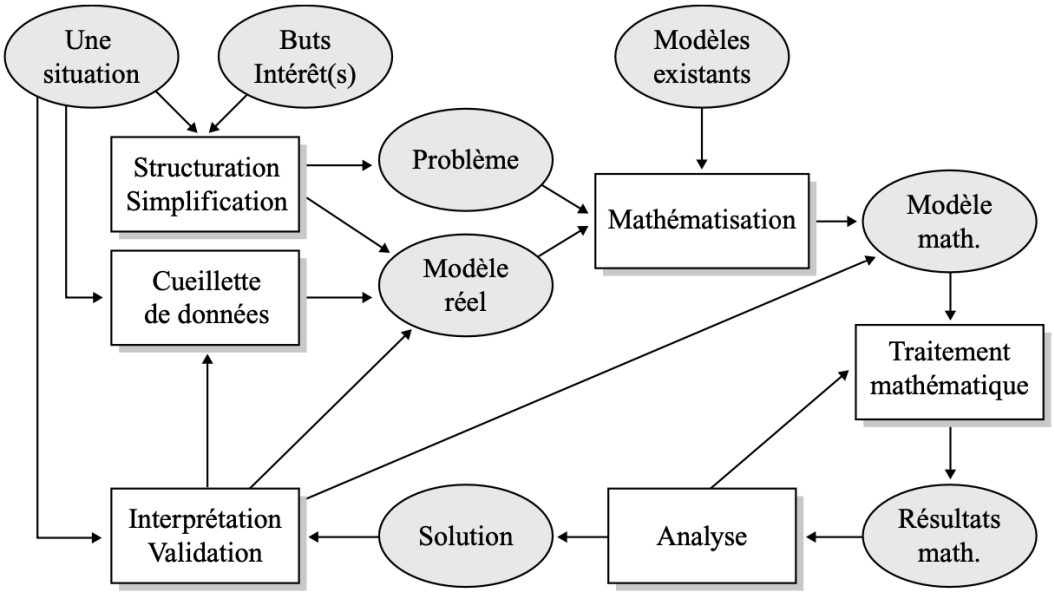


Figure 6 Le cycle de modélisation de Caron (2008)

Caron (2008) décrit le processus de modélisation en identifiant six phases (voir Figure 6). Caron (2019) définit les six phases comme suit :

1. Structuration – Simplication : Processus d'extraction et de structuration des informations d'une situation donnée en vue d'atteindre un objectif spécifique. Ce processus implique l'identification des composantes importantes, qu'elles soient physiques ou abstraites, de la situation concernée. Il comprend également l'établissement des interactions entre ces composantes et la formulation d'hypothèses pour simplifier leur étude. Cette démarche permet la création d'un « modèle conceptuel » (représenté par la bulle « Modèle réel ») représentant la situation de manière simplifiée et structurée. Ce modèle transforme l'objectif initial en un problème spécifique à résoudre, en utilisant le modèle comme base de travail pour la prise de décision et l'élaboration de stratégies.

2. Cueillette[4] de données : Processus de rassemblement de données (qualitatives, numériques ou graphiques) et mise en relation de différentes variables d'intérêt en fonction de conditions du système pouvant être liées aux paramètres.

3. Mathématisation : Processus d'utilisation d'objets du savoir mathématique pour décrire et synthétiser les relations entre les composantes d'un modèle conceptuel dans un modèle mathématique. Ce processus implique la traduction des éléments, interactions, et dynamiques du modèle conceptuel en termes mathématiques.

4. Traitement mathématique : Le processus de traitement entre en jeu. L'objectif est de formuler mathématiquement le problème identifié dans le modèle conceptuel, permettant ainsi une analyse plus précise et la possibilité d'appliquer des méthodes mathématiques pour sa résolution.

5. Analyse : Processus d'étude des propriétés du modèle mathématique et de l'algorithme de résolution. Ce processus peut condire à la transformation du modèle mathématique en une nouvelle version du modèle en tenant compte des propriétés dégagées.

6. Interprétation – Validation : Processus de synthèse et d'analyse des résultats acquis avec les simulations, suivi d'une comparaison avec le modèle mathématique initial pour confirmer que les résultats correspondent à une solution des équations du modèle. Cette étape vise également à vérifier que ces résultats respectent les caractéristiques du modèle. Ce processus inclut le retour à la situation initiale pour interpréter la solution obtenue,

[4] Les termes cueillette de données et collecte de données sont interchangeables. Nous privilégierons désormais le terme collecte de données lorsque nous évoquerons la phase de cueillette de données.

en s'assurant qu'elle est en adéquation avec la situation réelle et les données existantes ou potentiellement recherchées.

Caron (2008) a incorporé plusieurs éléments du processus de modélisation décrit par Blum et Leiβ (2007). Toutefois, contrairement à leur cycle, le cycle de Caron ne sépare pas l'étape de la mathématisation du contexte d'où proviennent le problème et les variables. La littérature scientifique identifie l'étape de la mathématisation, qui consiste à choisir les concepts et les techniques mathématiques appropriés pour la compréhension et la résolution de problèmes, comme une étape difficile dans le processus de modélisation (Noirfalise, 2004; Zulkarnaen, 2018). Caron (2008) et Bélair (2004) soulignent que l'enseignement des mathématiques accorde généralement plus d'importance à la partie intramathématique du cycle de modélisation (représentée par la partie de droite, dans le schéma ci-haut), c'est-à-dire à la maîtrise des concepts et techniques mathématiques, tandis que la partie extramathématique du processus de modélisation (représentée par la partie gauche, dans le schéma ci-haut), qui concerne la sélection et l'application appropriées de ces outils dans le contexte réel des problèmes, est souvent négligée. Cette négligence peut contribuer à la difficulté de l'étape de mathématisation, car les étudiants peuvent éprouver des difficultés à appliquer les concepts mathématiques de manière pertinente dans des situations concrètes de modélisation.

2.2.1.4 Justification du choix du cycle de modélisation

Dans le choix du modèle de modélisation mathématique pour notre projet, nous avons opté pour le cycle de modélisation décrit par Caron (2008) après une analyse des divers modèles existants. Nous justifions ce choix par les raisons suivantes.

Premièrement, le cycle de Caron (2008) se distingue par son intégration homogène des étapes de mathématisation dans le contexte réel du problème. Contrairement à d'autres modèles comme celui de Blum et Leiβ (2007), qui séparent le monde réel du monde mathématique, Caron propose une approche globale. Cette intégration permet de maintenir une connexion étroite entre les mathématiques et leur application pratique, favorisant ainsi une meilleure compréhension des

problèmes réels et une flexibilité plus naturelle entre les étapes de modélisation. Deuxièmement, Caron (2008) met l'accent sur la compétence de modélisation mathématique comme un objectif d'apprentissage en soi, plutôt que comme un simple contenu curriculaire. Cette perspective, soutenue par les propos de Blomhoj et Hojgaard (2007) mentionnés plus haut, rejoint notre volonté de former des étudiants capables de naviguer dans différents contextes, en appliquant les mathématiques de manière flexible et critique, ce qui est essentiel dans un monde où les problèmes sont de plus en plus interdisciplinaires et complexes. Enfin, l'approche de Caron (2008) accorde une importance particulière à l'ensemble du processus de modélisation, y compris la collecte de données, la mathématisation, le traitement mathématique, l'analyse, ainsi que l'interprétation et la validation des résultats. Cette considération complète soutient notre but d'encourager chez les étudiants un engagement actif avec toutes les phases de la modélisation, depuis la conception initiale jusqu'à la communication des résultats, en passant par la validation et l'ajustement des modèles.

2.2.2 Potentialités de la modélisation mathématique dans l'apprentissage

L'enseignement de la modélisation mathématique possède le potentiel d'offrir des apports significatifs pour améliorer l'apprentissage des étudiants. Nous mettrons en évidence les principaux apports de la modélisation mathématique, en tenant compte des difficultés soulignées dans l'apprentissage des mathématiques pour les étudiants en mathématiques au collégial. L'objectif consiste à démontrer que la modélisation offre le potentiel d'offrir une autre méthode d'apprentissage des mathématiques en valorisant une approche exploratoire pour résoudre des problèmes tout en mobilisant les concepts prescrits par le programme d'études.

L'utilisation de logiciels informatiques comme *Insight Maker* permet de visualiser le problème à résoudre. En effet, les systèmes dynamiques modélisés y sont représentés avec des modèles compartimentaux qui permettent d'explorer l'effet de chaque variable sur l'ensemble du système. Le logiciel offre la possibilité de représenter les données sous format graphique ou en table de valeurs. Ces multiples représentations permettent la visualisation des concepts mathématiques sous différentes formes et favorisent le développement de l'intuition sur les

équations qui caractérisent les relations entre les variables du problème. La littérature scientifique soutient que l'utilisation de multiples représentations permet aux étudiants de résoudre des problèmes de manière créative et efficace (Bicer, 2021), tout en maîtrisant les concepts mathématiques utilisés (Lesh et Doerr, 2003).

La modélisation mathématique permettrait de donner un sens aux concepts abstraits. En effet, la modélisation mathématique rend possible la traduction des concepts en termes de relations mathématiques qui peuvent être étudiées, analysées et interprétées. Cette approche facilite l'exploration et la visualisation de phénomènes complexes qui autrement pourraient sembler difficiles à concevoir. Gravemeijer (2007) affirme que la modélisation mathématique fournit un cadre qui permet aux étudiants de différencier le sens attribué et construit d'un concept de sa symbolisation, ainsi que la relation entre les procédures et les techniques utilisées par les outils mathématiques. En relation avec cet énoncé, Duval (2017) soutient que travailler le sens des mathématiques facilite l'appropriation des concepts. Ainsi, en utilisant la modélisation mathématique, les étudiants peuvent mieux comprendre les concepts en les reliant à des contextes concrets et en explorant leur signification dans des situations réelles, ce qui facilite leur compréhension et leur intégration dans les connaissances acquises. En évaluant l'application et l'interaction des concepts avec le monde, les étudiants pourraient devoir faire appel à l'exercice d'une pensée critique. La modélisation mathématique ne se limite pas seulement à la compréhension des concepts mathématiques, mais a le potentiel d'inciter les étudiants à examiner de manière réfléchie et évaluative comment les concepts mathématiques s'articulent dans des situations concrètes.

2.3 Pensée critique

Piron (2013) incite à réfléchir au rôle ambivalent que la science joue dans le développement de la pensée critique. L'esprit scientifique a été caractérisé par la pensée rationnelle, méthodique et logique. L'esprit scientifique est même considéré comme l'incarnation même de la pensée critique. L'esprit scientifique nécessite l'abandon de superstitions, opinions non fondées, jugements rapides et perceptions pour laisser la place au raisonnement, à l'analyse, à la rigueur et aux preuves empiriques. Toutefois, Piron constate que l'idéal de l'esprit scientifique coexiste avec une autre signification du mot « science ». Selon elle, la science est perçue comme une institution sociale revendiquant le statut producteur et privilégié de détenir la vérité. Ainsi, la pensée critique est limitée aux débats internes entre scientifiques et non à ceux qui consomment, utilisent et raisonnent avec la science. La question suivante, soulevée par Piron (2013), suscite une réflexion bien à propos dans le cadre de ce mémoire :

« La question se pose alors de savoir comment encourager les citoyens, notamment les plus jeunes, à ne pas exclure la science des objets de leur pensée critique, mais plutôt à la contextualiser et à l'historiciser en permanence. Comment intégrer la science dans le processus d'acquisition des compétences démocratiques nécessaires à la citoyenneté ? » (Piron, 2013, p.7)

De quelle manière pouvons-nous aborder la science, en particulier les mathématiques, dans le cadre du développement de la pensée critique ?

Afin de mieux comprendre les perspectives d'inscription de la pensée critique en éducation, il nous semblait important de clarifier et définir la pensée critique et d'explorer ses contextes d'application et d'intervention dans le cadre actuel des cours de mathématiques.

Dans cette optique, le projet Delphi de l'Association Philosophique Américaine (APA), dirigé entre 1988 et 1990 par Peter Facione, constitue une référence intéressante. Ce projet ambitieux a réuni 46 experts issus de diverses disciplines, incluant les sciences humaines, les sciences sociales, les sciences naturelles et l'éducation, dans le but de développer une définition

claire et universellement acceptable de la pensée critique. Durant deux années, ces experts ont travaillé ensemble pour aboutir à une définition concrète de la pensée critique. La pensée critique, selon Facione (1990) implique :

> «purposeful, self-regulatory judgement which results in interpretation, analysis, evaluation, and inference, as well as explanation of the evidential, conceptual, methodological, criteriological, or conceptual considerations upon which that judgement is based[5]» (p.2)

2.3.1 Les compétences associées à la pensée critique

Le cadre élaboré par l'APA Delphi Project mené par Peter Faccione, pour la pensée critique définit six compétences fondamentales : l'interprétation, l'analyse, l'inférence, l'évaluation, l'explication et l'autorégulation. Cette conceptualisation détaillée de la pensée critique apporte une perspective enrichissante, en particulier pour sa mise en application dans l'enseignement des mathématiques, où ces compétences peuvent être intégrées de manière systématique et réfléchie.

Heard et al. (2020) se sont appuyés sur les recherches de Facione (1990) pour réaliser une synthèse des compétences de pensée critique, y compris les sous-compétences associées. Leur travail a abouti à la compilation des compétences clés, chacune étayée par des sous-compétences spécifiques, comme il est illustré dans le Tableau 1.

Les compétences et les sous-compétences identifiées par le développement de la pensée critique pourraient intervenir avec le développement des compétences identifiées lors de l'activité de modélisation. Paul (1995, cité dans Maj-Tatsis et Tatsis, 2021) énonce que la pensée critique est parfois considérée comme relevant de la pensée de haut niveau (*high-order thinking*), en raison des activités mentales de haut niveau qui sont impliquées dans le processus décisionnel et réflexif.

---

[5] Un jugement intentionné et autorégulé qui aboutit à l'interprétation, l'analyse, l'évaluation et l'inférence, ainsi qu'à l'explication des considérations factuelles, conceptuelles, méthodologiques, critériologiques ou conceptuelles sur lesquelles ce jugement repose. [Traduction libre]

Ce constat est particulièrement intéressant, car l'accent mis sur le développement de la pensée critique pourrait aider, à long terme, au niveau d'abstraction que les mathématiques peuvent nécessiter. La pensée abstraite est aussi une forme de pensée de haut niveau. En effet, elle nécessite la manipulation d'objets mentaux, la construction de relations entre eux et le dégagement de structures communes (Damerow, 1988).

Tableau 1 Compétences associées à la pensée critique (Heard et al.,2016)

Skill	Experts' consensus description	Subskills
Interpretation	Comprehend and express the meaning or significance of a wide variety of experiences, situations, data, events, judgements, conventions, beliefs, rules, procedures or criteria.	• Categorisation • Decode significance • Clarify meaning
Analysis	Identify the intended and actual inferential relationships among statements, questions, concepts, descriptions or other forms of representation intended to express beliefs, judgements, experiences, reasons, information, or opinions.	• Examine ideas • Identify arguments • Identify reasons and claims
Evaluation	Assess the credibility of statements or other representations that are accounts or descriptions of a person's perception, experience, situation, judgement, belief, or opinion; and to assess the logical strength of the actual or intended inferential relationships among statements, descriptions, questions or other forms of representation.	• Query evidence • Conjecture alternatives • Draw logically valid or justified conclusions
Inference	Identify and secure elements needed to draw reasonable conclusions; to form conjectures and hypotheses; to consider relevant information and to reduce the consequences flowing from data, statements, principles, evidence, judgements, beliefs, opinions, concepts, descriptions, questions, or other forms of representation.	• Assess credibility of claims • Assess quality of arguments using inductive and deductive reasoning
Explanation	To state the results of one's reasoning; to justify that reasoning in terms of the evidential, conceptual, methodological, criteriological and contextual considerations upon which one's results were based; and to present one's reasoning in the form of cogent arguments.	• State results • Justify procedures • Present arguments
Self-regulation	Self-consciously to monitor one's cognitive activities, the elements used in those activities, and the results educed, particularly by applying skills in analysis and evaluation to one's own inferential judgements with a view toward questioning, confirming, validating, or correcting either one's reasoning or one's results.	• Self-monitor • Self-correct

Adapted from Facione (1990)

2.3.2 La pensée critique et la modélisation en relation

La prise en compte du développement de la pensée critique dans la résolution de problèmes pourrait représenter une solution potentielle au déséquilibre dans l'enseignement des mathématiques relatif à la modélisation, tel que souligné par Caron (2008) et Bélair (2004). Ces auteurs mettent en lumière une tendance de l'enseignement mathématique à privilégier la partie intramathématique du cycle de modélisation, soit la maîtrise des concepts et techniques mathématiques, au détriment de la partie extramathématique. Cette dernière, essentielle, concerne la sélection et l'application adéquate de ces outils dans des contextes de problèmes réels, mais elle est souvent sous-valorisée.

Pour répondre à ce problème, il serait bénéfique d'intégrer davantage la pensée critique dans l'enseignement des mathématiques. Les sous-compétences associées à la pensée critique telles que définies par Heard et al. (2020) encouragent l'analyse approfondie, l'évaluation de différentes perspectives, et l'adaptation aux nouvelles situations, des compétences clés pour la résolution de problèmes complexes. En développant ces compétences et sous-compétences de pensée critique à l'aide de la modélisation mathématique, les étudiants peuvent être mieux préparés non seulement à comprendre les concepts mathématiques, mais aussi à les appliquer de manière efficace et pertinente dans divers contextes réels.

Cette intégration aiderait les étudiants à voir au-delà des formules et des théorèmes pour comprendre comment les concepts sous-tendant les formules et théorèmes présentés peuvent être utilisés pour résoudre des problèmes pratiques. Ils apprendraient à faire le lien entre la théorie et la pratique, à identifier les outils mathématiques appropriés pour des situations spécifiques, et à développer des solutions innovantes et adaptées aux problèmes rencontrés. En fin de compte, cette approche plus équilibrée et intégrée pourrait contribuer à une compréhension plus complète et plus appliquée des mathématiques, en alignant l'enseignement avec les compétences requises dans un monde complexe et en constante évolution.

2.3.3 Synthèse des compétences de modélisation et de pensée critique

Reconnaissant l'importance croissante associée au développement de la pensée critique (Gravemeijer et al., 2017; King et al, 1990; Maj-Tatsis et Tatsis, 2021; Jablonka, 2020) chez les étudiants et de la modélisation mathématique dans l'enseignement, il semble pertinent d'explorer leur compatibilité et leur interdépendance. La modélisation mathématique offre un terrain fertile pour l'exercice de la pensée critique, une compétence de plus en plus valorisée dans un monde complexe et en constante évolution.

Dans cette section, nous nous penchons sur la compatibilité entre les compétences associées à la pensée critique, telles que décrites par Heard et al. (2020), et leur déploiement lors des six phases de modélisation mathématique, selon le modèle développé par Caron (2008)[6]. Cette analyse vise à clarifier comment la pensée critique s'intègre et influence les phases en jeu dans le processus de modélisation, enrichissant ainsi le processus et contribuant à une compréhension plus profonde et plus nuancée des problèmes mathématiques et de leur application dans des contextes réels.

[6] Il est à noter que Caron (2019) a également élaboré un modèle en neuf phases adapté au contexte universitaire.

Tableau 2 Association entre les compétences de la pensée critique et les phases de modélisation

Compétences en Pensée Critique / Phases de Modélisation Mathématique	**Interprétation**	**Analyse**	**Évaluation**	**Inférence**	**Explication**	**Auto-régulation**
Structuration – Simplification	Comprendre et exprimer la signification des composantes clés. Catégoriser et clarifier les objectifs.		Évaluer la crédibilité des hypothèses formulées.			Surveiller et ajuster le processus de structuration.
Collecte de Données			Évaluer la fiabilité des données et envisager des sources alternatives.	Inférer des relations entre les données et les objectifs du modèle.	Justifier le choix des données et leur intégration dans le modèle.	Réviser la stratégie de collecte en fonction des résultats.
Mathématisation		Examiner les relations conceptuelles pour leur traduction mathématique.		Inférer des équations à partir du modèle conceptuel.		Ajuster la mathématisation selon les besoins.
Traitement Mathématique				Inférer des solutions à partir des traitements mathématiques.		Réviser les méthodes en fonction des résultats obtenus.

Analyse		Analyser les méthodes mathématiques pour résoudre le modèle.			Expliquer les résultats et leurs implications.	Réévaluer l'analyse et ajuster si nécessaire.
Interprétation – Validation	Décoder la signification de la solution et de clarifier si la signification est cohérente avec la situation et les données.		Interroger les preuves qui justifient la solution. Envisager d'autres solutions et de tirer des conclusions justifiées sur les informations disponibles.		Expliquer comment les résultats valident le modèle.	Réfléchir sur le processus, confirmer et apporter des corrections.

La compétence d'autorégulation s'exerce tout au long du processus de modélisation. La compétence d'autorégulation peut s'apparenter à la phase de contrôle identifiée par Schoenfeld (1989) et reprise par Caron (2001) pour coordonner le passage d'une phase à l'autre dans la résolution de problèmes. Comme la modélisation mathématique est perçue comme une forme de résolution de problèmes de la vie réelle (Caron, 2018; Stillman, 2019), cette association n'est pas surprenante.

Cette section a exploré la façon dont les compétences de pensée critique, telles que décrites par Heard et al. (2020), s'entrelacent avec les différentes phases de la modélisation mathématique, en se basant sur les travaux de Caron (2008, 2019).

Maj-Tatsis et Tatsis (2021) soulignent l'importance du dialogue en classe pour stimuler la pensée critique des étudiants. Les activités d'apprentissage, fidèles au contexte et situées dans une perspective interdisciplinaire, se révèlent être des catalyseurs pour encourager les échanges constructifs et approfondis. Ces interactions sont essentielles pour former non seulement des étudiants compétents en mathématiques, mais aussi des penseurs critiques capables de naviguer dans un monde complexe.

Ainsi, l'intégration de la pensée critique dans l'enseignement des mathématiques représente une opportunité pour permettre aux étudiants d'appliquer leurs compétences mathématiques dans des contextes réels et variés, tout en renforçant leur capacité à penser de manière critique et autonome.

2.4 Rapport aux savoirs

L'intégration de la modélisation mathématique dans l'enseignement collégial représente un défi significatif, notamment en raison de la rareté des références scientifiques adaptées à ce niveau d'éducation. Cette intégration n'est pas seulement une question de transmission de connaissances, mais représente une occasion pour développer la pensée critique des étudiants. Dans ce contexte, il est primordial de comprendre le rapport que les étudiants et les enseignants entretiennent avec les mathématiques et leur utilisation.

Nous parcourons brièvement différentes approches théoriques qui abordent la notion de rapport au savoir. Cette analyse comparative vise à souligner les distinctions entre ces approches puis à justifier notre choix de mélanger des fondements de la théorie anthropologique du didactique et de l'approche sociodidactique du rapport aux savoirs. Nous mettrons également en lumière l'intérêt d'étudier le rapport au savoir chez les enseignants au collégial.

2.4.1 Approche sociologique

Le rapport au savoir est une notion complexe englobant les relations qu'un individu entretient avec divers éléments liés à l'apprentissage et à la connaissance. Comme le souligne Charlot (1997), ce rapport inclut non seulement la relation à un contenu de pensée, mais aussi à des situations, des personnes, des lieux et bien d'autres éléments liés à l'apprentissage. Le rapport au savoir est défini, par Charlot (1997) comme :

> «L'ensemble des relations qu'un sujet entretient avec un objet, un contenu de pensée, une activité, une relation interpersonnelle, un lieu, une personne, une situation, une occasion, une obligation, etc., liés en quelque façon à l'apprendre et au savoir.» (p.94)

Dans cette perspective, Charlot (1997) identifie trois dimensions au rapport au savoir qui ne sont pas exclusives : les dimensions épistémique, identitaire et sociale. Dans la dimension épistémique du rapport au savoir, l'accent est mis sur la manière dont les individus construisent et interagissent avec les connaissances. Cette interaction est étroitement liée à leur identité et à leur expérience personnelle, ce qui nous amène à la dimension identitaire. Charlot (1997) éclaire cette dimension en affirmant qu'« apprendre fait sens en référence à l'histoire du sujet, à ses attentes, à ses repères, à sa conception de la vie, à ses rapports aux autres, à l'image qu'il a de lui-même et à celle qu'il veut donner aux autres » (p.58). Cette dimension identitaire ne fonctionne pas isolément mais s'entrelace étroitement avec la dimension sociale. En effet, la dimension sociale éclaire comment l'apprentissage et la construction du savoir sont influencés par les interactions sociales et les contextes culturels.

En mettant en lumière l'interconnexion de ces trois dimensions dans le processus d'apprentissage, Charlot (1997) montre que le rapport au savoir ne se limite pas à la simple acquisition de connaissances, mais englobe également un rapport personnel défini par les contextes, les interactions et divers facteurs influençant le moment de cette acquisition.

Inspiré des travaux de Charlot (1997), Mornata (2015) a étudié le rapport au savoir des enseignants afin de mieux comprendre comme ce rapport se construit et se manifeste. Elle arrive

à la conclusion que le rapport au savoir est de nature sociale et se manifeste « par un contenu, des croyances sur le savoir et l'apprentissage, issus d'un processus de construction caractérisé par un investissement identitaire en lien avec le savoir » (p.76).

Mornata (2015) définit les dimensions épistémique, identitaire, sociale comme suit :

- Dimension épistémique (Croyances sur le savoir et l'apprentissage) : « Les croyances sur le savoir comme un système organisé de conceptions du monde extérieur, appelé vision, et constitué par un certain nombre de traits communs susceptibles de changer selon le contexte et le temps » (p.77).

- Dimension identitaire (Définition de soi et savoir) : S'intéressant à la dynamique des croyances et de l'identité, et ne faisant pas de différence entre l'identité personnelle et professionnelle, Mornata (2015) définit l'identité comme un complexe : «

- Cognitif : son contenu est représentationnel (images de soi) et la tension correspond à un conflit cognitif ;

- Social : il s'inscrit dans une historicité culturelle et sociale, et dans une interaction avec des autrui significatifs ;

- Affectif, car il est source d'états émotionnels négatifs ;

- De nature dynamique : il est toujours en négociation ;

- Répondant à des besoins d'unité synchronique, s'imaginant dans le moment présent comme homogène et cohérent, et de continuité diachronique, nécessitant de se raconter sa biographie comme logique, à partir d'éléments faisant sens pour soi ;

- Constitué d'une constellation d'images de soi, l'identité étant multidimensionnelle et structurée ;

- Dont les composantes en tension nécessitent une régulation qui s'actualise par de l'engagement » (p.78).

- Dimension sociale (nature historico-culturelle) : Elle est présente au niveau interactionnel, on ne se définit qu'à travers l'autre, au niveau historico-culturel, toute image de soi étant une représentation historiquement et culturellement définie, et au niveau transactionnel, l'adoption d'un nouveau système de croyances étant entendue comme le produit d'une transaction sociale.

Mornata (2015) définit le rapport au savoir comme un « un processus dynamique, entre des dimensions épistémique, identitaire et sociale. Il se manifeste par des croyances sur le savoir issues d'un processus d'investissement identitaire. Il est de nature sociale. Il ne peut pas être réduit à l'une de ces trois dimensions. Autrement dit, une représentation du savoir ne sera qu'une dimension de ce rapport et jamais le rapport lui-même » (p.83).

Le rapport au savoir tel que défini, insiste sur le caractère complexe et multidimensionnel de la relation des individus aux savoirs, tout en offrant une perspective plus globale sur la manière dont les individus construisent et vivent leur rapport au savoir. Cette approche rejoint la Théorie anthropologique du didactique développée par Yves Chevallard dans la reconnaissance et l'interdépendance des facteurs influençant le rapport au savoir. La théorie anthropologique de la didactique en tant que cadre conceptuel permet d'analyser comment ces dimensions interagissent dans le processus didactique.

2.4.2 Approche anthropologique du didactique

Le concept de rapport au savoir, largement utilisé en sociologie depuis les années 1990, a également trouvé sa place dans les didactiques disciplinaires, notamment grâce aux travaux pionniers de Chevallard (1992) en didactique des mathématiques. Son approche, qualifiée

d'anthropologique, se concentre sur l'objet d'enseignement et le rôle des institutions éducatives comme l'école, soulignant l'influence du contexte institutionnel sur la dynamique entre l'élève et le savoir.

Dans cette optique, le rapport personnel au savoir est vu comme un processus dynamique qui évolue à travers l'influence des normes et des attentes institutionnelles. Les études en didactique des disciplines, s'inspirant des cadres sociologiques et des travaux de Chevallard, ont adopté le concept de rapports aux savoirs pour explorer les interactions entre les individus et les savoirs spécifiques dans des domaines tels que les sciences naturelles et les sciences humaines et sociales.

Selon Bosch & Chevallard (1999) le rapport au savoir est intrinsèquement lié aux institutions et aux personnes qui entretiennent des relations avec cet objet. Un objet existe dès lors qu'existent des institutions et des personnes qui entretiennent des rapports à cet objet. La question de la « nature » de l'objet renvoie ainsi au problème de la description des pratiques institutionnelles où l'objet est engagé, problème auquel il faut répondre en termes d'organisations praxéologiques. (Bosch & Chevallard, 1999)

À ce sujet, la théorie anthropologique du didactique (TAD) de Chevallard (2003) offre une vision autre de cette interaction entre les individus et le savoir. Chaque individu construit son rapport au savoir en fonction de ses expériences avec différentes institutions, qu'il s'agisse d'écoles formelles ou de groupes sociaux. Chaque institution possède des normes qui définissent ce qui est perçu comme un savoir légitime et la manière dont il est partagé. Cette perspective propose que la connaissance ne soit pas statique, mais peut être influencée par son environnement institutionnel. Au centre de cette interaction se trouve la « praxéologie », décrivant l'organisation du savoir autour de tâches et techniques spécifiques. Chevallard (2003) met l'accent sur la relation symbiotique entre les individus, le savoir et les institutions, soulignant la nature évolutive et contextuelle de l'apprentissage et de son processus.

Un élément central de la TAD est l'organisation praxéologique, qui est une manière de structurer et d'analyser les activités mathématiques (ou d'autres disciplines).

Une praxéologie est constituée de quatre composantes :

1. **Type de tâches (T)** : Ce sont les problèmes ou les activités que les élèves doivent réaliser.

2. **Techniques (τ)** : Ce sont les méthodes ou les procédures utilisées pour accomplir les tâches.

3. **Technologie (θ)** : Cela fait référence à la justification, à l'explication ou à la théorie qui sous-tend les techniques utilisées.

4. **Théorie (Θ)** : C'est le cadre encadrant les principes et les concepts justifiant la technologie.

Dans un cours de calcul, l'enseignant pourrait commencer par présenter la tâche de trouver l'aire sous la courbe, puis enseigner la technique de l'intégration définie. Ensuite, il expliquerait la technologie en discutant des concepts de limite et de somme de Riemann, et finalement, il relierait tout cela à la théorie plus large du calcul, en soulignant comment les concepts de dérivée et d'intégrale s'intègrent dans un cadre théorique cohérent.

1. Type de tâches (T) : Trouver l'aire sous la courbe d'une fonction donnée sur un intervalle spécifique. Ce type de tâche est commun dans l'étude du calcul intégral.

2. Techniques (τ): Utiliser la méthode des sommes de Riemann pour estimer l'aire sous la courbe ou appliquer le théorème fondamental du calcul pour calculer l'intégrale définie de la fonction.

3. Technologie (θ) : La justification de ces techniques pourrait inclure l'explication de la limite des sommes de Riemann lorsque le nombre de rectangles approche l'infini, conduisant à l'intégrale définie. Pour le théorème fondamental du calcul, la technologie expliquerait comment la dérivée et l'intégrale sont des processus inverses.

4. Théorie (Θ) : La théorie sous-jacente serait l'analyse, avec ses principes de continuité, de limites, et de convergence. Elle inclurait également les concepts de fonction, de dérivée, et d'intégrale, ainsi que les théorèmes qui relient ces concepts, comme le théorème fondamental du calcul.

La TAD permet aux chercheurs et aux éducateurs de comprendre comment les savoirs sont choisis, organisés et présentés aux élèves, et comment ces derniers les interprètent et les intègrent dans leur propre système de pensée et d'apprentissage. Cette théorie met en lumière les influences culturelles et institutionnelles sur l'enseignement et l'apprentissage et cherche à établir une didactique qui respecte la complexité et la nature culturelle des savoirs scientifiques.

2.4.3 Approche sociodidactique

Inspirée de l'approche de Chevallard et de la conceptualisation de Charlot, la didactique s'attache à une exploration élargie du savoir. Cette exploration ne se limite pas à une compréhension intrinsèque du savoir, mais s'étend aussi aux significations et aux valeurs que les individus, en tant qu'apprenants, associent à leur interaction avec le savoir. Ce processus se déroule dans un cadre institutionnel spécifique, incluant des environnements tels que l'école, la salle de classe, et se reflète à travers des supports comme les programmes et manuels scolaires.

Dans cette lignée, des chercheurs en didactique des disciplines, comme Therriault et al. (2013), ont élaboré une définition de la notion de « rapports aux savoirs », exprimée au pluriel.

Il ne s'agit pas ici d'un savoir qui renvoie à l'idée plus vaste d'apprendre, mais bien de « savoirs » proprement dits, homologués et rattachés à des domaines spécifiques. On parle alors de « rapports aux savoirs », à la forme plurielle, c'est-à-dire de la relation qu'entretient un sujet avec un ou des savoirs (par exemple, le savoir scientifique, le savoir scolaire ou des objets de savoirs plus précis). Une telle perspective prend donc en compte la spécificité des savoirs en présence, ainsi que les rapports que le sujet entretient à leur égard.

Cette définition réfère à la relation de sens qu'entretient le sujet apprenant avec différents objets de savoir s'inscrivant dans un champ disciplinaire précis, et tient compte de la spécificité des savoirs en présence, qu'il s'agisse de savoirs scientifiques, de savoirs scolaires, ou de savoirs liés à une discipline précise comme la physique, ou encore à un vaste domaine tel que les sciences naturelles (SN) ou les sciences humaines et sociales (SHS). Ainsi, en reconnaissant la pluralité des « rapports aux savoirs », la didactique s'ouvre à une compréhension plus riche et plus nuancée des dynamiques d'apprentissage, prenant en compte non seulement les structures institutionnelles et les contenus disciplinaires, mais aussi les perceptions individuelles et les significations attribuées par les sujets aux savoirs qu'ils rencontrent.

Il y a de plus en plus de recherches concernant le rapport aux savoirs en didactique des sciences naturelles et des sciences humaines et sociales, afin de comprendre comment les élèves et les enseignants perçoivent et s'engagent avec les disciplines elles-mêmes et avec des contenus spécifiques. Ces études mettent en avant l'importance de la dimension épistémique, tout en reconnaissant les dimensions sociales et identitaires présentes, bien que moins prononcées. Des chercheurs, comme Venturini et Cappiello (2009, cité dans Carnus et al., 2020) ont tenté de remédier au déséquilibre qu'ils perçoivent dans la compréhension des rapports aux savoirs. Ils se sont concentrés sur l'identification de rapports idéaux typiques, intégrant des dimensions épistémiques, sociales et identitaires. L'idéal-typique, concept développé par Weber (1965), représente un outil conceptuel qui permet de comprendre les groupes et les individus sans épuiser leur singularité. Il est construit en mettant en avant de manière unilatérale certains points de vue et en regroupant une multitude de phénomènes individuels, parfois nombreux, parfois rares ou absents, pour former un ensemble cohérent selon ces points de vue choisis. Cela permet de créer une représentation pour faciliter l'interprétation des dynamiques de mobilisation face aux apprentissages (Capiello et Venturini, 2011).

Carnus et al. (2020) soulignent que les études en didactique des disciplines sur les rapports aux savoirs sont peu nombreuses. Dans le domaine de la didactique des disciplines, les recherches qui se concentrent sur le rapport des enseignants aux savoirs sont relativement rares. En sciences

naturelles, des études ont examiné ce rapport dans le contexte de l'enseignement de la physique et de la biologie. Parmi celles disponibles, celles menées sur les rapports aux savoirs d'enseignants de physique et de futurs enseignants des sciences naturelles et humaines (Calmettes, 2005; Therriault et Morel, 2016; Therriault, Jeziorski, Bader et Morin, 2017) ont permis de souligner l'importance de comprendre les attitudes et perspectives des enseignants envers les savoirs afin d'améliorer l'action didactique. L'utilisation du concept de rapports aux savoirs a permis de dégager des rapports idéaux typiques (Calmettes, 2015; Venturini et Cappiello, 2009), permettant de mieux comprendre les traits et attitudes des participants. Bien que cette classification omette les nuances de chaque individu, elle permet d'établir les différentes tendances présentes au sein de l'échantillon. Les composantes caractérisant les idéaux-typiques pourraient inclure des facteurs communs entre les participants tels que les croyances personnelles des enseignants, leurs propres expériences et leur compréhension des matières enseignées. Cela aide à comprendre comment les enseignants abordent l'enseignement et comment ils peuvent être soutenus pour maintenir ou revoir leur enseignement.

Des recherches menées au Québec (Therriault et Morel, 2016; Therriault et al., 2017) ont examiné les rapports aux savoirs des futurs enseignants du secondaire dans divers contextes de formation, notamment en sciences naturelles et en sciences humaines et sociales. Ces études se sont appuyées sur une approche sociodidactique qui tient compte des dimensions épistémique, identitaire et sociale tout en permettant d'analyser le rapport à l'égard de certains savoirs scolaires. Cette approche permet d'enrichir notre compréhension des conceptions du savoir des enseignants et met en lumière la complexité des dynamiques d'enseignement et d'apprentissage en sciences.

Therriault (2008), dans le cadre de sa thèse sur les postures épistémologiques des étudiants en formation initiale à l'enseignement secondaire, définit les dimensions épistémique, identitaire et sociale comme suit:

> «La dimension épistémique (rapport au monde) suscite un questionnement quant au statut conféré au savoir codifié dans les plans de cours (formation disciplinaire) ainsi que dans les programmes et manuels scolaires (formation pratique). La dimension identitaire (rapport à soi) concerne le statut et le rôle exercé par

> l'apprenant lors de cours disciplinaires (ici, l'étudiant en formation initiale) et de stages (le stagiaire en milieu scolaire secondaire). Enfin, la dimension sociale réfère au statut et au rôle qu'occupe l'agent de médiation (le professeur universitaire, expert d'un domaine, les 78 autres étudiants, les enseignants du secondaire, le maître-associé, les élèves, le personnel de l'école, la communauté,...), dans une relation didactique.» (p.62)

Nous avons élaboré notre définition des trois dimensions en nous inspirant des travaux de Mornata (2015) et Therriault (2008).

Nous définissons ces dimensions comme suit :

La dimension épistémique (rapport au monde, aux savoirs et à la connaissance) : Cette dimension englobe à la fois le questionnement du statut conféré au savoir codifié dans les plans de cours, les programmes et les manuels scolaires, ainsi que les croyances et conceptions entourant le savoir et l'apprentissage. Le savoir est vu comme un système organisé au sein d'une discipline, de concepts, de techniques, de méthodes susceptibles de changer et évoluer selon le contexte et le temps. Cette dimension reconnaît l'importance des structures éducatives formelles dans la transmission du savoir tout en soulignant la nature dynamique et contextuelle des croyances épistémiques individuelles.

Therriault (2008) souligne l'importance de comprendre comment le savoir est codifié et transmis dans différents contextes éducatifs. Mornata (2015) apporte une perspective sur la nature dynamique et contextuelle des croyances épistémiques. La combinaison de ces éléments permet de couvrir à la fois la perspective institutionnelle et individuelle de l'épistémologie de l'enseignant, offrant une vue complète sur le rôle du savoir et des croyances dans l'apprentissage.

La dimension identitaire (rapport à soi) : Elle explore la relation de l'individu avec lui-même, articulée à travers les divers rôles et statuts qu'il adopte dans les processus d'apprentissage (comme expert de sa discipline, comme enseignant). Elle englobe également la valeur et le sens accordés aux savoirs (ex : un individu qui se définit par le savoir). Elle s'intéresse à la dynamique des croyances et de l'identité, sans distinguer entre l'identité personnelle et professionnelle. Selon cette perspective, l'identité est un complexe multidimensionnel. Sur le plan cognitif, elle est

représentationnelle, avec des images de soi et des conflits cognitifs. Sur le plan social, elle s'inscrit dans une historicité culturelle et sociale et dans une interaction avec des autrui significatifs. L'identité a aussi une dimension affective, étant source d'états émotionnels, souvent négatifs. Elle est de nature dynamique, toujours en négociation et en évolution. Enfin, les composantes en tension de l'identité nécessitent une régulation qui se manifeste par l'engagement actif de l'individu.

Therriault (2008) met en évidence l'importance des contextes éducatifs spécifiques, tels que les cours disciplinaires et les stages, dans la formation de l'identité de l'apprenant. En mentionnant ces contextes, la définition reconnait que l'identité se construit à travers les rôles et statuts que l'individu occupe dans des situations éducatives concrètes. Mornata (2015) offre une vision plus détaillée et nuancée de la construction de l'identité, incluant les aspects affectifs et sociaux. Intégrer ces éléments permet d'avoir une vision globale de l'identité de l'apprenant, en tenant compte de ses interactions sociales, de ses émotions et de ses croyances, et en considérant son rôle dans différents contextes éducatifs.

La dimension sociale (rapport aux autres) : Elle aborde la relation entre l'individu et les différents acteurs du milieu éducatif (collègues, élèves, enseignants, etc.). Ce rôle est ancré dans une historicité culturelle et se manifeste dans les interactions avec les autres. Les institutions jouent un rôle décisif dans la définition de cette dimension, influençant les normes et les attentes qui façonnent le rapport des individus au savoir. Elle réfère également au statut et au rôle qu'occupe l'agent de médiation (comme le professeur universitaire, l'expert d'un domaine, les autres étudiants, les enseignants du secondaire, le maître-associé, les élèves, le personnel de l'école, la communauté, etc.) dans une relation didactique. La dimension sociale est présente à plusieurs niveaux : interactionnel, où l'individu se définit à travers l'autre ; historico-culturel, où toute image de soi est une représentation historiquement et culturellement définie ; et transactionnel, où l'adoption d'un nouveau système de croyances est considérée comme le produit d'une transaction sociale.

Therriault (2008) met en évidence l'importance des divers agents de médiation dans le processus éducatif, tels que le professeur universitaire et les autres étudiants. Ces agents influencent la dynamique des interactions et la transmission des connaissances. Mornata (2015)

souligne que l'identité se définit à travers les interactions sociales, influencées par le contexte historique et culturel, et façonnées par les relations éducatives. Ces aspects montrent comment les croyances et l'apprentissage sont des processus dynamiques et socialement enracinés. En combinant ces perspectives, la définition devient plus complète et nuancée, reflétant mieux la complexité de la formation de l'identité dans les contextes éducatifs.

En résumé, l'approche didactique des rapports aux savoirs met en lumière la complexité des interactions entre les élèves, les enseignants et les savoirs dans le contexte éducatif. Elle permet de considérer les dimensions épistémiques, sociales et identitaires pour comprendre pleinement comment les savoirs sont perçus, valorisés et transmis dans les institutions éducatives.

2.4.4 Vers une approche hybride

La complémentarité des approches sociodidactique et de la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) offre un cadre intéressant pour étudier l'intégration de la modélisation mathématique au niveau collégial. L'approche sociodidactique, axée sur la dynamique entre l'élève et le savoir dans un contexte institutionnel, met en lumière comment les normes et attentes de l'institution influencent la manière dont les élèves interagissent et comprennent le savoir. Elle souligne l'importance de considérer les facteurs sociaux et identitaires dans le processus d'apprentissage, permettant ainsi de mieux comprendre les valeurs et significations que les élèves attribuent à leur apprentissage des mathématiques. D'autre part, la TAD, avec sa structure composée de tâches, techniques, technologie et théorie, offre un outil analytique précis pour examiner l'organisation et la transmission du savoir mathématique. En se concentrant sur la praxéologie, la TAD révèle comment le savoir est structuré et transmis, et comment il évolue en réponse à son environnement institutionnel. Cette approche met en avant la dynamique entre les individus, le savoir, et les institutions, ce qui est nécessaire pour comprendre les défis et les opportunités dans l'enseignement de la modélisation mathématique.

En combinant ces deux approches, on peut donc analyser en profondeur le potentiel d'intégration de la modélisation mathématique au collégial. Cela permet de comprendre non seulement la structure et l'organisation du savoir mathématique, mais aussi la manière dont les enseignants interagissent avec ce savoir dans un contexte institutionnel. Ce cadre permet d'explorer les raisons de l'écart entre l'intérêt pour la modélisation mathématique, tel que démontré dans la littérature scientifique, et sa mise en œuvre pratique dans les salles de classe. En éclairant les aspects épistémiques, sociaux et identitaires de l'apprentissage, ces approches permettent d'identifier des stratégies plus efficaces pour intégrer la modélisation mathématique dans les programmes éducatifs au niveau collégial tout en comprenant les défis et obstacles qui se présentent lors de ce processus.

2.5 Questions de recherche spécifiques

D'abord, rappelons que l'objectif général de cette recherche est d'évaluer la faisabilité et l'impact de l'intégration de la modélisation mathématique dans les programmes préuniversitaires en mathématiques, en tenant compte des exigences institutionnelles. Cette étude est particulièrement pertinente dans le contexte actuel, marqué par une présence inégale de la modélisation mathématique dans l'enseignement postsecondaire, un phénomène aggravé par le manque de ressources et de soutien accordé aux enseignants.

Dans un premier temps, nous souhaitons documenter la perception des enseignants sur la modélisation mathématique et les facteurs qui influencent cette perception. Dans un deuxième temps, nous voulons explorer comment la modélisation mathématique pourrait contribuer au développement de la pensée critique dans l'enseignement des mathématiques, un objectif clé des programmes préuniversitaires.

Le cadre d'analyse que nous avons présenté nous conduit à formuler les questions de recherche suivantes :

- Quel rapport les enseignants de mathématiques des programmes préuniversitaires comportant des cours de mathématiques ont-ils à l'égard de la modélisation mathématique ? Sur quelle perception des mathématiques ce rapport repose-t-il?
- La modélisation mathématique pourrait-elle aider à inscrire le cours de mathématiques dans le développement de la pensée critique visé par ces programmes? Si oui, comment?

3 Méthodologie

À la lumière des objectifs spécifiques de recherche, nous adoptons une approche qualitative exploratoire pour examiner l'intégration de la modélisation mathématique dans l'enseignement collégial. Nous nous concentrons sur les expériences et rapports des enseignants face à la modélisation mathématique, en prenant en compte les défis et les contraintes institutionnelles. Dans cette section, nous présenterons le type de recherche, les outils méthodologiques choisis et les activités d'apprentissage utilisées dans le cadre de notre recherche. Nous présenterons un plan stratégie d'analyse des données ainsi que les limites de notre recherche.

3.1 Type de recherche

Dans le cadre de notre étude, nous adoptons une approche de recherche de type exploratoire, centrée sur des analyses qualitatives. Cette démarche est particulièrement pertinente sachant que la littérature scientifique souligne que l'implémentation de l'enseignement de la modélisation mathématique est difficile, malgré le grand intérêt pour le sujet dans la littérature (Gutiérrez et Gallegos, 2019). Les chercheurs mettent en lumière que les enseignants rencontrent des défis lorsqu'ils tentent d'intégrer la modélisation mathématique dans leur enseignement, notamment en raison d'un manque de connaissances spécifiques sur la modélisation elle-même. Ces difficultés sont exacerbées par les obstacles rencontrés dans la création d'activités d'apprentissages qui soient à la fois pertinentes et réalisables compte tenu des contraintes institutionnelles. L'objectif de cette recherche exploratoire est de mieux comprendre les complexités, les nuances et les facteurs contextuels qui influencent la présence et la mise en œuvre de la modélisation mathématique dans la pratique des enseignants. Nous documentons les expériences vécues par des enseignants du collégial et la vision qu'ils ont développée.

3.2 Description globale du plan d'étude

Pour mieux structurer notre approche méthodologique concernant l'intégration de la modélisation mathématique dans l'enseignement collégial, nous élaborons un plan en plusieurs étapes. Pour amorcer l'étude de la potentialité de l'intégration de la modélisation mathématique dans l'enseignement, notre recherche explorera la potentialité et la faisabilité de l'intégration de la modélisation pour développer la pensée critique chez les étudiants au collégial,

Notre étude vise principalement à comprendre les perceptions, attentes et besoins des enseignants de mathématiques concernant la modélisation mathématiques. En recueillant leurs perspectives, nous souhaitons mieux cerner les défis et opportunités pour une possible intégration de la modélisation dans leurs pratiques.

Nous effectuerons des entretiens avec des enseignants de mathématiques enseignant des cours offerts dans le cadre de programmes préuniversitaires (ex : Sciences de la nature, Sciences informatiques et mathématiques, Sciences humaines avec mathématiques).

Nous envisageons deux rencontres avec chaque enseignant-participant :

1) Première rencontre : Dans un premier temps, nous conduirons des entretiens semi-structurés avec les enseignants où nous explorerons leurs perspectives par rapport aux mathématiques, à la modélisation mathématique, à la pensée critique et à aux interactions possibles entre ces trois éléments dans leur enseignement. Cette démarche a pour but de déterminer si l'enseignement de la modélisation peut être envisagé, en principe, comme un complément au développement de la pensée critique en mathématiques, et inversement. Nous souhaitons ainsi identifier les apports perçus, les défis, les obstacles, les possibles résistances et les besoins exprimés pour l'intégration de la modélisation mathématique dans leur enseignement.

2) Deuxième rencontre: Dans un deuxième temps, nous tiendrons une séance d'exploration avec chaque enseignant participant une activité de modélisation abordant du contenu mathématique du collégial afin d'évaluer la possibilité d'intégrer l'enseignement de la modélisation mathématique au collégial avec des ressources didactiques déjà existantes et disponibles sur www.viamath.org. L'activité sera suivie d'un retour d'expérience avec l'enseignant pour discuter des défis rencontrés ou anticipés et des apports perçus. Ces séances enrichiront les données sur le potentiel et la faisabilité de l'intégration de l'enseignement de la modélisation mathématique en classe et l'opportunité d'y déployer la pensée critique.

Le choix de proposer des activités de modélisation mathématique, qui en grande majorité ont recours à *Insight Maker* pour effectuer des simulations, a pour objectif de favoriser la discussion à partir de l'exploration d'une approche différente pour envisager l'enseignement de la modélisation mathématique. Notons que ces activités ne prétendent pas définir une méthode unique ou définitive pour enseigner la modélisation mathématique. Leur utilisation dans ce projet vise à ouvrir à de nouvelles possibilités, à examiner les réactions face aux choix effectués, à sonder leur applicabilité ou leur adaptabilité à l'enseignement des mathématiques au collégial, à faire émerger des alternatives, tout en identifiant au passage les opportunités et les défis associés à l'intégration de la modélisation dans les cursus retenus et à l'exercice de la pensée critique.

Avec l'expérimentation de ces activités avec les enseignants, nous cherchons à mieux comprendre comment la modélisation mathématique peut être intégrée dans l'enseignement, tout en mettant un accent particulier sur le lien entre la pensée critique et la gestion de l'incertitude inhérente à la modélisation. En explorant comment les enseignants abordent et gèrent les aspects d'incertitude, nous voulons observer comment la pensée critique est mobilisée pour naviguer et

interpréter, par exemple, la complexité entourant la justification des choix dans le processus de modélisation.

Enfin, nous prévoyons que les données recueillies à travers ces étapes nous permettront, lors de l'analyse, de brosser un portrait de la potentialité de l'enseignement de la modélisation mathématique au niveau collégial. Cela nous offrira une meilleure compréhension des défis, les obstacles, des résistances potentielles et des besoins en formation pour une intégration réussie de la modélisation mathématique dans l'enseignement.

3.3 Les participants

Dans le cadre d'un projet subventionné de développement de ressources didactiques de modélisation pour le collégial, nous avions collaboré avec une quarantaine d'enseignants de cégeps à travers le Québec pour expérimenter et valider avec les activités de modélisation qui seront utilisées dans le cadre de cette recherche. Ces enseignants avaient déjà manifesté leur intérêt à examiner des façons d'intégrer la modélisation mathématique au collégial. Parmi les quinze enseignants contactés (voir Annexe A pour le courriel d'invitation et Annexe B pour le résumé du projet), huit d'entre eux ont accepté de participer à des entretiens semi-dirigés et à une séance d'exploration d'une activité de modélisation, selon leurs intérêts ou en fonction du contenu qu'ils enseignent dans leurs cours. L'échantillon est composé exclusivement d'enseignants basés à Montréal. Il comprend 3 femmes et 5 hommes. Parmi eux, trois enseignants travaillent chacun dans un collège privé distinct, tandis que les cinq autres enseignent dans des cégeps publics différents. Afin de composer un échantillon diversifié, nous avons souhaité rejoindre des enseignants œuvrant dans un collège anglophone. Au terme du recrutement, seul un enseignant provenant d'un collège anglophone a souhaité participer à la recherche.

Dès l'obtention du certificat éthique en janvier 2024, nous avons mené les entretiens avec les enseignants participants, parfois sur Zoom, parfois en personne, selon l'horaire et les préférences du participant. Les participants ont signé le formulaire de consentement (voir Annexe C), reçu dans un second courriel résumant leur implication et la structure de notre rencontre.

3.4 Collecte et traitement des données

Afin de tenir compte de la diversité et de l'interaction des dynamiques présentes dans le contexte de l'enseignement, nous choisissons quelques outils méthodologiques pour nous aider dans la collecte de données. L'entretien semi-dirigé avant l'activité, l'essai d'une activité d'apprentissage, l'observation, et les retours d'expérience des utilisateurs font partie de la méthodologie.

3.4.1 Entretien semi-dirigé

Les entretiens semi-dirigés sont conçus pour explorer les perceptions et les expériences des enseignants concernant leur rapport aux mathématiques, la modélisation mathématique et la pensée critique. Nous avons cherché à favoriser une verbalisation détaillée et aussi proche que possible de leurs pratiques d'enseignement.

1. **Questions ouvertes:** Pour encourager les enseignants à partager librement leurs pensées et expériences sans les influencer par des réponses suggérées.
2. **Relances neutres:** Techniques de relance comme «Peux-tu en dire plus sur cela?» ou « Qu'entends-tu par cela?» pour approfondir les réponses sans orienter les participants.
3. **Paraphrases:** Répéter ou reformuler les réponses des participants pour clarifier et confirmer la compréhension de leurs propos.
4. **Ancrage dans des situations concrètes:** Encourager les participants à décrire des situations spécifiques et des exemples concrets de leur pratique de modélisation et de mathématiques dans leur vie personnelle et professionnelle.

Le guide d'entretien semi-directif est présenté en annexe F. Les questions peuvent être adaptées en fonction des propos partagés par les enseignants. De plus, nous nous sommes donnés la liberté d'ajouter ou retirer des questions selon l'intérêt que suscitait certains sujets ou thèmes. Cette approche vise à obtenir des données contextuelles aussi précises que possible, en restant centré sur les pratiques rapportées et souhaitées des enseignants. L'objectif de cet entretien est de

rendre le participant à l'aise de partager avec nous son point de vue honnête sur ses rapports aux mathématiques, à la modélisation mathématique et à la pensée critique.

3.4.2 Activité de modélisation et retour d'expérience

Lorsque les enseignants ont essayé l' activité de modélisation choisie, nous ne nous sommes pas limitée à l'observation passive. Nous sommes intervenue de manière non-directive pour encourager les participants à exprimer leurs pensées plus librement. Dans cette optique, à des moments opportuns, nous avons encouragé les enseignants à fournir une description détaillée de leurs actions en cours, notamment lors du processus de modélisation. Cette démarche a permis d'éclairer les concepts clés utilisés, ainsi que les compétences liées à la modélisation mathématique et à la pensée critique. Il est important de noter que les participants n'avaient pas accès au cycle de modélisation ni aux compétences de pensée critique de manière explicite, ce qui a permis une évaluation authentique de leur propension à se référer, sans les nommer, aux phases de modélisation et aux compétences de pensée critique utilisées.

Le guide d'entretien comprend des exemples de questions adaptées à l'activité SA1 disponible sur www.viamath.org. Ces questions ont été ajustées en fonction de l'activité sélectionnée par chaque enseignant, assurant une approche sur mesure et pertinente pour chaque contexte d'enseignement. Ces échanges ont été précieux pour évaluer la potentialité d'intégrer une telle tâche dans leurs cours. Nous avons discuté des objectifs d'apprentissage, du contexte d'utilisation possible, de l'adéquation avec les objectifs fixés par le ministère pour le cours de mathématiques, et de la faisabilité au sein des contraintes institutionnelles. Des questions supplémentaires ont été posées pour identifier les éventuelles difficultés rencontrées. Cette approche vise à guider le répondant vers une élaboration plus riche et plus détaillée de ses commentaires, permettant ainsi de développer une perspective plus nuancée pour répondre aux questions de recherche.

3.4.2.1 Activités d'apprentissage utilisées

Basées sur des principes didactiques (Vaithyanathasarma et al., 2023) et le processus de modélisation, les activités ci-dessous ont été conçues pour que les utilisateurs puissent s'initier au processus de modélisation mathématique. Les activités dont l'identifiant commence avec un S ont comme contexte un enjeu lié à la santé; celles avec un E partent d'un enjeu environnemental.

Tableau 3 Description des activités disponibles

Nom de l'activité	Description	Contenu mathématique	Contenu des autres disciplines
SA1 – Simuler une épidémie	Dans cette activité, les utilisateurs sont initiés au monde de la modélisation à travers une simulation d'épidémie. La COVID-19 a démontré l'importance de la modélisation pour comprendre et prévoir la propagation d'une épidémie, et évaluer certaines options susceptibles de la ralentir.	À l'aide de notions de bases de calcul différentiel et intégral, les utilisateurs sont invités à réfléchir aux relations entre les variables et les effets sur l'ensemble de la population. Une introduction aux équations différentielles est effectuée aussi à travers la méthode d'Euler.	Biologie et introduction à l'épidémiologie : Concept de virus
SA2 – Et si un vaccin est créé?	Nous abordons l'effet de la vaccination sur l'ensemble de la population en tenant compte des différents enjeux (l'attente, le temps d'effet, etc). Dans cette activité, nous introduisons aussi (R_0), le taux de reproduction de base associé à la propagation d'une épidémie.	Introduction des équations différentielles avec l'utilisation des concepts de limite et de dérivée. Analyse qualitative des fonctions.	Biologie : concept d'immunité et de vaccination, le nombre de reproduction de base
SA3- Épidémies, règles et choix comportementaux	Nous étudions l'impact de la vaccination sur l'ensemble de la population, en prenant en compte divers facteurs tels que le délai avant la disponibilité des vaccins, le temps nécessaire pour qu'ils produisent un effet, et d'autres enjeux pertinents. Dans cette activité, nous parlons également	Introduction et utilisation des équations différentielles pour modéliser la dynamique de propagation de l'épidémie. Analyse qualitative des fonctions et des équations différentielles pour comprendre l'influence des divers changements sur l'épidémie.	Biologie : concept d'immunité individuelle et collective. Épidémiologie : Taux de reproduction de base, impacts des interventions sur la propagation.

	du taux de reproduction de base (R_0).		
SB1 – L'absorption d'alcool	En commençant avec l'étude de l'absorption d'alcool, cette activité conduit à envisager l'application des mathématiques à la compréhension du fonctionnement du corps humain. Après l'exploration de calculateurs d'alcoolémie, nous cherchons à développer un modèle qui reflète les mécanismes en jeu dans le métabolisme de l'alcool et à l'ajuster à un individu à partir de données empiriques.	Amélioration du modèle mathématique en ayant recours à des fonctions connues et à la notion de limite.	Biologie : système digestif, système circulatoire
SB2 – Le charme discret des enzymes	En améliorant le modèle du métabolisme de l'alcool construit dans l'atelier précédent, les étudiants sont invités à intégrer une équation célèbre de la pharmaco-cinétique.	Étude des propriétés mathématiques de l'équation de Michaelis-Menten et interprétation de ce qu'elle signifie dans le contexte de la cinétique des enzymes.	Biologie : concept d'enzyme Chimie : réaction chimique, concept de concentration
EA1 – Le cycle du carbone	Avec cette activité, les utilisateurs sont invités à se familiariser avec l'approche stock-flux pour modéliser la circulation du carbone sur notre planète : de l'atmosphère aux océans, en passant par les sols et la biosphère. La simulation d'un tel modèle (avec Excel ou Insight Maker) permet d'étudier, selon différents scénarios, la croissance du CO2 dans l'atmosphère et l'augmentation de la température moyenne mondiale qui en résulte.	Introduction à l'intégration numérique d'un système d'équations différentielles.	Biologie : cycles biogéochimiques
EB1 – Le CO2 et le PIB	Dans cette activité, à partir de données réelles, les utilisateurs analysent des modèles liant les émissions de CO2 à la richesse d'un pays. Nous utilisons cette fois-ci *Gapminder* pour accéder aux données et en tirer une première visualisation, et nous passons à Excel pour soutenir l'analyse de ces données.	Mise en œuvre de fonctions bien connues, changement de variable et dérivation en chaîne, et introduction des notions statistique de corrélation et de régression.	Biologie : cycles biogéochimiques

Face à ce choix, deux enseignants ont choisi de réaliser l'activité SA2 (Vaccin), deux autres ont opté pour l'activité EA1 (CO_2 et réchauffement), deux autres ont préféré l'activité SB1(absorption d'alcool), et les deux enseignants restants ont choisi respectivement EB1(CO_2 PIB) et SA3.

3.5 Extraction et codage des données

Le processus de codage ne constitue qu'une première étape dans l'analyse des données qualitatives. Il permet de repérer et d'organiser les segments pertinents pour chaque thème.

Rappelons que nous cherchons à répondre aux questions de recherche suivantes :

1. **Rapport des enseignants à la modélisation mathématique** : Quel rapport les enseignants de mathématiques des programmes préuniversitaires comportant des cours de mathématiques ont-ils à l'égard de la modélisation mathématique ? Sur quelle perception des mathématiques ce rapport repose-t-il?
2. **Contribution de la modélisation mathématique à la pensée critique** : La modélisation mathématique pourrait-elle aider à inscrire le cours de mathématiques dans le développement de la pensée critique visé par le programme pré-universitaire ? Si oui, comment?

Les entretiens ont été enregistrés lors des deux rencontres avec chacun des huit participants. Ces enregistrements constituent la base de la transcription et de l'analyse. Après chaque rencontre, les enregistrements ont été entièrement transcrits afin de garantir que l'ensemble des propos des participants est pris en considération pour le traitement et l'analyse des données. Nous aborderons d'abord le processus de codage du premier entretien, puis celui du deuxième entretien.

3.5.1 Premier entretien

Dans un premier temps, nous avons effectué une analyse des données de manière sommaire (après la première rencontre et avant la deuxième rencontre avec l'enseignant) lors de laquelle nous expérimentions une activité de modélisation. Ainsi, après chacune des premières rencontres

les enregistrements et les transcriptions sont consultés afin d'identifier des éléments sur lesquels insister, avec des questions de relance, pour mieux cerner les potentialités et défis perçus et vécus par l'enseignant lors de l'expérimentation de l'activité de modélisation proposée à la deuxième rencontre. Ainsi, nous effectuons les transcriptions des premières rencontres et prenons en compte l'ensemble des transcriptions pour identifier les segments à coder par la suite. Les segments sont soigneusement sélectionnés en fonction de leur capacité à éclairer nos questions de recherche.

Nous avons codé les entretiens sur Excel. Donc, nous avons le verbatim d'un côté et le fichier Excel de l'autre côté, où nous avons inséré les extraits parlants pour les classer ensuite selon le rapport aux mathématiques, pensée critique ou modélisation mathématique. Nous avons porté une attention particulière aux segments qui semblent révélateurs (par exemple, des expériences personnelles ou professionnelles) ou pertinents pour identifier des pistes de réponses aux questions de recherche. Lorsque cela touchait deux éléments, nous parlions alors d'interaction mathématiques-modélisation (Voir Tableau D.1 de l'Annexe D pour un exemple) ou d'interaction maths-pensée critique pour s'assurer de tenir en compte l'influence du rapport d'un élément sur l'autre dans la description des rapports des enseignants. Ces liens se font respectivement dans le rapport à la modélisation et le rapport à la pensée critique.

Ensuite, nous avons associé chacun des extraits à une dimension spécifique (identitaire, épistémique, sociale). À la lumière du cadre théorique présenté en 2.4.3 en lien avec le rapport aux savoirs, nous allons présenter des définitions succinctes qui tiennent compte des éléments que nous avons retenus pour nous guider dans le repérage de ces dimensions.

- Dimension épistémique (rapport au savoir) : la façon dont les participants perçoivent le savoir (son statut, sa nature et son évolution) ainsi que leurs croyances concernant l'apprentissage et la transmission de ce savoir dans un contexte éducatif.
- Dimension identitaire (rapport à soi) : la manière dont les participants se définissent en tant qu'apprenants ou enseignants, en mettant l'accent sur les rôles qu'ils adoptent, les tensions identitaires et les émotions liées à ces rôles, ainsi que sur l'évolution de leur identité dans le cadre éducatif.

- Dimension sociale (rapport aux autres) : les éléments énoncés par les participants pour décrire leurs interactions avec les institutions fréquentées, les autres acteurs éducatifs (enseignants, pairs, élèves) et la façon dont ces relations influencent leur rapport au savoir, en tenant compte des normes institutionnelles et des transactions sociales dans le processus d'apprentissage.

Par la suite, nous identifions une composante pour préciser le contexte dans lequel le rapport s'exprime (formation, enseignement, vie personnelle, etc.). Nous résumons ensuite le contenu de l'extrait dans la section idée générale, avant de copier-coller intégralement l'extrait choisi. Les extraits sont les segments textuels qui participent à caractériser les rapports aux savoirs, dimensions et composantes que nous avons codés.

Le code fait référence aux catégories créées lors du traitement des données. En ce sens, il permet de catégoriser des segments de texte en fonction de thèmes identités. Les segments codés (ou unités codées) réfèrent aux parties spécifiques des données qui ont été attribuées à un ou plusieurs codes. Le tableau 4 présente un exemple de segment codé dans le cadre du processus de codage des premiers entretiens. Lorsque nous discutions des thèmes, dans le premier entretien nous faisons référence aux rapports aux mathématiques, à la pensée critique ou la modélisation mathématique.

Tableau 4 Exemple du processus de codage de la première séquence d'entretiens

Participant	Thème	Dimension	Composante	Idée générale (résumé):	Extrait	Page
Emily	Rapport aux mathématiques	Dim sociale	Formation universitaire	Formation à la rigueur, au formalisme	quand au début tu sors de l'université, là fait que là t'étais t'es comme à ton meilleur. Formellement là je sais pas comment dire. Donc t'as été formé d'une certaine façon. Puis là, tu veux pas d'erreurs de notation, t'es au summum de ta forme mathématique là quand tu sors de l'université.	5

Cet extrait est tiré d'un entretien avec une participante où elle décrit un aspect de son rapport aux mathématiques, que nous avons associé à la dimension sociale; en évoquant sa formation universitaire, Emily montre l'influence de celle-ci dans ses débuts comme enseignante de mathématiques au collégial. L'annexe D présente un plus long extrait et les différents segments qui en ont été retenus et codés.

En structurant les données selon des thèmes et des dimensions spécifiques, chaque aspect de la perception des participants est catégorisé de manière systématique. La structure en *thèmes, dimensions, composantes, extraits* a permis de faciliter, en variant les paramètres, la comparaison entre différents groupes de participants, par exemple selon leur niveau d'expérience ou leur contexte éducatif.

Nous effectuons également l'identification et le regroupement des thèmes et motifs émergents des transcriptions, avec pour objectif de dégager et de caractériser une structure générale basée sur les segments identifiés. Les motifs émergent à partir d'une analyse itérative des données. Par exemple, dans l'extrait ci-haut, un motif qui a été retrouvé dans d'autres segments est le lien que les participants effectuent entre leurs expériences en mathématiques et les éléments qui influencent leur pratique enseignante positivement ou négativement. Nous sommes en mesure d'identifier ces motifs en organisant les codes selon les rapports ou encore selon les dimensions lorsque nous cherchons à identifier des similarités, des différences ou des idées clés qui se répètent à travers les entretiens.

Cette étape, nous permet de répondre au premier objectif de recherche qui est d'identifier et décrire les perceptions des mathématiques sur lesquelles s'articulent les rapports à la modélisation des enseignants. Le Tableau E.1 (Annexe E) détaille l'articulation entre les données recueillies et les questions auxquelles le traitement de ces données permet de répondre.

Le tableau E.2 d'opérationnalisation des variables (Annexe E) détaille les différentes variables examinées lors des entretiens semi-dirigés ainsi que leurs sous-dimensions. Ce tableau

permet de traduire les concepts identifiés dans le cadre théorique (tels que la pensée critique et la modélisation mathématique) en indicateurs précis à travers des questions d'entretien. Chaque dimension (épistémique, identitaire, sociale) de chaque rapport est associée à des questions spécifiques permettant de recueillir des données qualitatives. Par exemple, les questions 4.7 et 5.1 du tableau examinent directement la perception des enseignants quant à la contribution des mathématiques à la pensée critique, facilitant ainsi une analyse des perceptions des enseignants sur l'intégration de la modélisation mathématique dans leur pratique.

3.5.2 Deuxième entretien

Le deuxième entretien se concentrait sur l'activité de modélisation effectuée par l'enseignant. La transcription et le codage de ces entretiens nous permettent de répondre au deuxième objectif de recherche, soit de savoir si la modélisation mathématique pourrait aider à inscrire le cours de mathématiques dans le développement de la pensée critique. Le traitement de données a été mené à partir des transcriptions codées et commentées des deuxièmes rencontres. Le deuxième entretien étant une expérimentation d'activité de modélisation, nous avons utilisé le cycle de modélisation de Caron (2008) pour décrire ce qui se passe à chacune des phases de modélisation afin d'y dégager les défis et potentialités perçus par les enseignants et pour interpréter ces éléments par rapport aux rapports aux savoirs des enseignants.

Parallèlement à ces étapes, les observations notées durant l'expérimentation et les interactions survenues durant l'activité de modélisation sélectionnée ont été transcrites et analysées. Ces éléments nous ont permis de comprendre l'aisance ou le malaise vécu par certains enseignants lors de l'expérimentation de l'atelier. Cela nous permet de mieux comprendre pourquoi certains enseignants résistent ou intègrent la modélisation dans leur pratique. En ce sens, cela nous a permis de recueillir des données sur la manière dont la modélisation est perçue, vécue, pratiquée et adaptée dans la pratique des enseignants. L'utilisation de l'entretien semi-dirigé, de l'observation non-directive et des retours d'expériences a enrichi notre collecte de données, en nous permettant de recueillir des informations sur la perception des enseignants sur la modélisation

et leurs capacités de modéliser de même que sur l'interaction de ces deux éléments lors de l'expérimentation des activités de modélisation.

Pour répondre à notre deuxième question de recherche, nous avons étudié les extraits des verbatims de l'activité de modélisation pour organiser les données qualitatives recueillies à partir des entretiens. Les principaux thèmes identifiés pour le codage sont:

Curriculum mathématique : Inclut les liens avec les notions enseignées, les cours dans lesquels les enseignants voient la possibilité d'intégrer la modélisation, les équations différentielles, etc.

Pensée critique : Reflète les difficultés perçues par les enseignants dans l'évaluation et l'enseignement, la perception des difficultés chez les élèves, et les éléments dans leur présente pratique qui aide au développement de la pensée critique.

Technologie : Couvre les aspects d'adaptation aux outils technologiques et les défis associés à l'intégration de certains outils dans le cadre de leurs cours.

Ressources et contexte extramathématique : Touche aux éléments externes (tant au niveau institutionnel que l'accès à l'expertise provenant d'autres disciplines) qui influencent l'enseignement des mathématiques.

Stratégies d'enseignement : Explore les approches d'enseignement dans la pratique actuelle des enseignants, incluant les différentes représentations, les questions posées aux étudiants, et l'adaptation du vocabulaire.

Modélisation mathématique : Ce thème est subdivisé en plusieurs sous-catégories comme les conceptions de la modélisation ainsi que les apports et les difficultés vécues (validées avec les observations notées) et identifiées par les enseignants.

Dans le thème de la modélisation, les codes et sous-codes (*Simplification/structuration, Collecte de données, Mathématisation, Traitement mathématique, Analyse,*

Interprétation/Validation) liés aux phases de modélisation provenant du cycle de modélisation de Caron (2008) ont été identifiées. Cette étape permet de cibler spécifiquement les aspects de la modélisation qui peuvent contribuer à la pensée critique. Ces codes sont ensuite revisités avec les traces des documents complétés par les enseignants et des observations recueillies pour valider et contextualiser leur signification dans le contexte spécifique de l'activité.

Lors du processus du codage, des ajustements ont été faits pour regrouper certains codes, en créer de nouveaux, ou modifier des définitions existantes, en tenant compte des éléments spécifiquement pertinents pour la pensée critique et la modélisation.

Les réponses des participants ont été analysées et classées selon un ensemble de codes tant prédéfinis (à partir des premiers entretiens et enjeux récurrents dans la littérature) qu'ajustés en fonction de la lecture et relecture des transcriptions. Parmi les codes les plus utilisés, on retrouve des notions liées au *Curriculum Math*, aux *Stratégies d'enseignement*, à la *Technologie*, et à la *Modélisation*. Les sous-codes associés permettent d'identifier si ce sont des aspects positif/ négatif en lien avec le contexte ou favorisant/freinant une possible intégration de la modélisation mathématique. Chaque code a été appliqué de manière systématique aux segments de texte pertinents, ce qui nous a permis de porter attention à la fréquence des thématiques évoquées par chaque participant.

Chaque segment de texte a été codé en fonction des thèmes et sous-thèmes identifiés précédemment. Par exemple, les mentions des aspects de la pensée critique dans le contexte de la modélisation ont été codées pour répondre à la question de recherche. Les segments traitant de la manière dont les différentes phases de la modélisation (comme la mathématisation et l'interprétation/validation) contribuent à la pensée critique ont été codés. Un exemple de codage est présent dans la Figure D.1 de l'Annexe D.

Les résultats issus de cette codification permettent de mieux cerner les apports et les difficultés rencontrées par les enseignants dans ce contexte.

Les deux entretiens réalisés avaient des objectifs complémentaires. Le premier avait comme but de comprendre comment les enseignants décrivent, perçoivent et vivent leur rapport aux mathématiques, à la pensée critique et à la modélisation mathématique. Le deuxième entretien cherchait moins à sonder leur intérêt personnel et avait plutôt comme but de comprendre l'influence des éléments identifiés dans le premier entretien pour favoriser ou freiner l'intégration de la modélisation mathématique dans leur pratique. L'objectif étant d'examiner la possibilité d'une telle intégration au regard de ce que les enseignants sont au sein des différentes contraintes. Les données récoltées lors des premiers entretiens permettent de mieux comprendre les défis et succès codés dans les phrases de modélisation identifiées dans les segments codés du deuxième entretien.

3.5.3 Stratégie d'analyse des données

Pour analyser les données recueillies, nous adopterions une approche d'analyse thématique (Paillé et Mucchielli, 2010), qui permet d'identifier, organiser et interpréter les motifs récurrents dans les discours des participants. Cette méthode est adaptée aux recherches exploratoires, comme la nôtre.

En effet, en analysant les segments codés issus des premiers entretiens, nous cherchons à comprendre les perceptions et les expériences des enseignants concernant la modélisation mathématique et l'influence de celles-ci sur les facteurs qui favorisent ou freinent l'intégration de la modélisation mathématique pour aiguiser la pensée critique. Cette analyse consistera à examiner les relations entre les différents thèmes codés et à identifier des motifs récurrents ou des contradictions. Par la suite, nous analyserons les segments codés issus des deuxièmes entretiens. L'objectif est d'établir des liens entre les phases de modélisation et les compétences de pensée critique pour fournir une analyse de comment la modélisation mathématique, à travers ses différentes phases (Simplification, Mathématisation, Analyse, etc.), peut contribuer au développement de la pensée critique dans les pratiques enseignantes. Afin de comprendre les limites et les potentialités de l'intégration de la modélisation, nous nous référerons aussi aux

thèmes identifiés dans les premiers entretiens. Cette mise en relation permet de cerner l'influence des facteurs issus du rapport personnel et ceux issus des permissions ou contraintes institutionnelles.

4 Analyse des données et interprétation

Dans ce chapitre, nous allons procéder à l'analyse détaillée des informations recueillies auprès d'enseignants de mathématiques au collégial. Rappelons que l'objectif général de cette étude est d'explorer le potentiel d'intégration de la modélisation mathématique dans les programmes pré-universitaires comportant des cours de mathématiques, en considérant tant la faisabilité que les contributions possibles au curriculum avec les acteurs concernés. Nous nous pencherons spécifiquement sur le rapport que les huit enseignants que nous avons rencontrés entretiennent avec les mathématiques, la modélisation mathématique et la pensée critique, dans leur enseignement plus particulièrement.

Nous commencerons par explorer les rapports aux mathématiques, à la modélisation et à la pensée critique, en détaillant les dimensions épistémiques, identitaires et sociales de ces rapports. La description des rapports aux savoirs qu'entretiennent les huit enseignants nous permettra de faire ressortir et mieux comprendre les potentialités, les enjeux et les défis de l'intégration de la modélisation mathématique.

4.1 Présentation des participants

Afin de maintenir l'anonymat des personnes participantes, nous utiliserons des noms fictifs pour y référer. Nous commençons avec un court portrait de chacun.

Thomas enseigne les mathématiques depuis une vingtaine d'années au collégial. Thomas a effectué des études de 1er et de 2ème cycle en mathématiques. Bien qu'il ne possède pas de bagage théorique en didactique, il s'intéresse beaucoup à la didactique. Il conçoit l'éducation comme une transformation personnelle.

Marc-Antoine avait débuté un baccalauréat en génie informatique avant de réaliser qu'il n'aimait que les cours de mathématiques de ce parcours. Il a donc poursuivi et complété un baccalauréat en mathématiques. Ensuite, il a entamé une maîtrise qu'il n'a pas terminée, car il a débuté sa carrière d'enseignement qui se poursuit depuis bientôt 15 ans. Il ne savait pas ce qu'il allait faire de ses études en mathématiques initialement, mais il a toujours aimé expliquer à ses amis.

Malik a un baccalauréat en mathématiques et un DESS en enseignement supérieur. Malik enseigne au collégial depuis deux ans. En tant qu'auxiliaire d'enseignement, il a été inspiré par la portée que la qualité de l'enseignement et l'effet positif d'un suivi personnalisé pouvait avoir sur l'expérience mathématique d'une personne.

Zachary a complété une technique en informatique afin de se réorienter vers les mathématiques pures et appliquées. Il a effectué des études de 1er, 2ème et 3ème cycle en mathématiques. Il s'identifie comme quelqu'un ayant un bagage assez théorique en mathématiques. Enseignant depuis cinq ans, il déclare avoir une vision idéaliste lorsqu'il pense à l'éducation.

Marianne a commencé à être monitrice de sport à un très jeune âge. C'est ce qui lui a donné la piqûre de l'enseignement et du partage avec les autres. Marianne a effectué des études de 1er, 2ème et 3ème cycle en mathématiques. Elle enseigne depuis 16 ans. Elle se caractérise comme quelqu'un qui aime le monde.

Emily a considéré aller en linguistique avant d'effectuer des études de 1er et 2ème cycle en mathématiques. Elle avait un intérêt pour la connaissance fondamentale. Au début de sa carrière, la transmission de la matière était plus présente que l'aspect relationnel dans l'enseignement. Maintenant, avec plus de vingt-cinq ans d'expérience, elle accorde de l'importance à créer des souvenirs émotifs dans ses cours.

Luke enseigne les mathématiques depuis 5 ans au collégial, il a donné des charges de cours et de travaux pratiques à l'université. Il a effectué des études de 1er, 2ème et 3ème cycle en mathématiques. Lorsqu'il s'apprêtait à faire un post-doc, il s'est rendu compte que la recherche prenait bien plus de place que l'enseignement, ce qui ne lui plaisait pas tout à fait. D'origine française, il s'amusait depuis le lycée à expliquer les mathématiques à ses amis.

Halle enseigne les mathématiques au collégial depuis 8 ans et a enseigné au secondaire pendant 2 ans également. Halle a effectué des études de 1er et de 2ème cycle en mathématiques. Elle a débuté avec un baccalauréat en maths-physique avant de choisir les mathématiques. Elle a aussi suivi des cours dans un microprogramme en éducation. Elle a toujours su qu'elle voulait enseigner, au cégep, elle s'amusait à aider ses camarades en maths, chimie, bio et physique.

4.2 Rapport aux savoirs

Chacun des rapports aux différents savoirs considérés (mathématiques, modélisation et pensée critique) se décline sous trois dimensions : l'identitaire, l'épistémique et la sociale. Nous présenterons la dimension identitaire avant les autres dimensions, car le rapport à soi qu'entretiennent les enseignants permet de mieux comprendre leur rapport au monde et à la communauté. Ensuite, nous nous consacrerons à la présentation des différents éléments caractérisant la dimension discutée du rapport au savoir mentionné. Chacun de ces éléments sera expliqué en détail, mettant en lumière leur pertinence et leur impact dans le contexte de notre étude. Pour illustrer et approfondir notre analyse, nous nous appuierons sur les citations les plus pertinentes pour illustrer les traits caractérisant les rapports aux savoirs des participants. Ces citations nous permettront de faire ressortir les dimensions qui soutiennent le rapport étudié. Les citations présentées sont choisies de manière à appuyer les tendances observées dans les thèmes identifiés plus tôt. Voici un résumé des fréquences auxquelles chaque thème a été codé.

Tableau 5 Fréquence d'attribution des thèmes et dimensions pour les segments retenus

	Dimension épistémique	Dimension identitaire	Dimension sociale
Rapport aux mathématiques	80	114	63
Rapport à la modélisation	67	30	31
Rapport à la pensée critique	51	26	29

Les fréquences présentées dans ce tableau sont pertinentes pour avoir une idée générale des tendances dans chaque dimension. Elles permettent de visualiser la distribution de chaque domaine (mathématiques, modélisation et pensée critique) selon les dimensions épistémique, identitaire et sociale. Par exemple, nous pouvons constater que plusieurs participants ont partagé plusieurs propos se rapportant à la dimension identitaire de leur rapport aux mathématiques.

4.2.1 Rapport aux mathématiques

4.2.1.1 Dimension identitaire

Dans ce rapport aux mathématiques, la dimension identitaire peut être définie par la valeur que les participants accordent à l'objet que représentent les mathématiques. D'après les entretiens menés, le rapport aux mathématiques s'est développé à travers la formation initiale et leur rôle de professeur.

Halle, Malik et Marc-Antoine font partie du groupe des personnes qui ont toujours voulu enseigner les mathématiques. Halle hésitait entre les disciplines, ce n'est qu'au moment du choix de programme universitaire au 1er cycle, qu'elle a réalisé qu'elle voulait aller en mathématiques pour éventuellement les enseigner. Marc-Antoine ne savait pas quels débouchés allait offrir le baccalauréat en mathématiques. Après la complétion de son baccalauréat, il a débuté une maîtrise qu'il n'a pas terminée, car il a eu un emploi de professeur au cégep. Chez ces trois enseignants, le rapport aux mathématiques se définit surtout par leur engagement dans l'enseignement de cette discipline, qui constitue un aspect central de leur identité à la fois professionnelle et personnelle.

De son côté, Marianne a complété un doctorat avant de réaliser qu'elle ne se considère pas « assez monomaniaque » pour poursuivre en recherche. Similairement, Emily et Thomas ont hésité à poursuivre au doctorat avant d'enseigner. Marianne, Emily et Malik ont mentionné l'aspect précaire lié au poste de professeur au collégial lors de la recherche d'emploi, motivant leur alternance entre enseignement et études. Ces hésitations et ces choix reflètent non seulement les réalités de leur carrière, mais aussi une évolution constante de leur identité professionnelle, en s'adaptant et en trouvant un équilibre entre leurs aspirations académiques et les défis de

l'enseignement. Luke et Zachary souhaitaient initialement devenir chercheurs académiques avant de se tourner vers l'enseignement au collégial. Tout comme Marianne, Luke a réalisé lors de son doctorat qu'il préférait l'enseignement à la recherche, tandis que Zachary continue de valoriser fortement la composante recherche dans son identité professionnelle.

Luke a développé une identité mathématique très forte durant sa formation initiale, mettant en avant son « bagage vraiment théorique, comparé même à d'autres collègues ». Il comprend les défis auxquels les étudiants en sciences humaines[7] sont confrontés, mais il insiste sur le fait que, en tant que professeur, son expertise et son expérience sont mieux utilisées lors de l'enseignement des mathématiques en dehors des sciences humaines et des méthodes quantitatives. Luke exprime qu'il dispose de nombreuses connaissances qu'il ne réinvestit pas entièrement dans ses cours de mathématiques et ressent le besoin de pousser davantage pour les y intégrer. Il trouve son rôle plus intéressant et stimulant lorsqu'il travaille avec des étudiants plus forts, ce qui lui permet de mieux utiliser et valoriser son expertise théorique. « Je te dirais même que […] si j'avais pas [des étudiants forts], je me trouverais peut-être une autre job », ajoute-t-il. Cette tension entre son riche bagage théorique et les défis liés à sa pratique influence son identité, marquée par la valorisation de son expertise et le désir de la réinvestir dans son enseignement.

Les défis et les hésitations rencontrés par ces enseignants, ainsi que les choix faits en réponse à des opportunités et à des contraintes, montrent comment leur identité en tant qu'enseignants de mathématiques s'est construite et continue de se développer.

Cette évolution identitaire est particulièrement illustrée par les parcours de Halle et Malik. Ils sont les deux seuls participants à avoir suivi des cours en éducation à l'université. Ils ont été confrontés à des défis pédagogiques et à des interactions interdisciplinaires qui les ont poussés à

[7] Bien que les professeurs participants aient enseigné dans différents programmes préuniversitaires, le programme de sciences de la nature est celui dont les professeurs discutent fréquemment, dans le cadre de nos entretiens. S'il n'y a pas d'indication, comme dans ce passage, nous pouvons supposer que les professeurs parlent des étudiants et du programme en sciences de la nature.

remettre en question leurs méthodes d'enseignement, et à s'adapter, tout en intégrant de nouvelles perspectives dans leur pratique. Cette adaptation a été essentielle pour évoluer dans leur rôle et pour enrichir leur enseignement malgré des réticences initiales ou même des chocs. Malik explique :

> Suivre des cours de pédagogie, notamment pendant mon DESS, m'a forcé à remettre en question chaque proposition. Je m'explique. Chaque fois que le prof parlait d'une stratégie pédagogique, je me disais que ça ne marcherait pas en maths. Au fur et à mesure du cours, je réalisais que de telles stratégies pouvaient marcher en maths avec une manière de twister les stratégies enseignées. Tout ça pour dire que plusieurs profs qui sont vraiment à l'aise en maths sont toutefois réticents au changement dans leur manière d'enseigner. *(Malik, Entretien 1)*

Ce processus de remise en question et d'adaptation révèle une flexibilité et une capacité à intégrer de nouvelles perspectives dans sa pratique, malgré une réticence initiale. Halle, quant à elle, partage une expérience marquante de son microprogramme :

> Je me rappelle en faisant un exercice où on était trois. Puis, on était chacun dans une discipline différente, puis il fallait comme préparer des leçons. C'était un peu pour montrer comment est-ce que tu es capable d'enseigner à quelqu'un qui n'est pas dans ta discipline. Puis ça, ça a été comme un choc. Comme je commençais à enseigner, j'étais très universitaire, très formelle dans le langage. Dans ce cours, j'ai vraiment compris le processus d'apprentissage, comment enseigner un concept plus procédural, comment présenter une définition, quand commencer avec un exemple, etc. Ça m'a donnée une bonne base pour enseigner et m'assurer que ce n'est pas trop dense pour mes étudiants. *(Halle, Entretien 1)*

Si la confrontation avec des perspectives et des méthodes différentes a été un défi, elle s'est aussi révélée comme une opportunité d'évolution pour Halle.

Ces expériences montrent comment l'adaptation aux défis liés au changement de leur pratique peut favoriser une évolution dans le rôle d'enseignant.

Un autre aspect clé qui relève à la fois des dimensions identitaire et sociale est l'impact culturel du parcours scolaire et académique des enseignants sur leur propre rapport à l'enseignement. Étant sur le comité d'embauche de nouveaux enseignants, Marianne remarque que

les enseignants ayant été formés dans un autre système d'éducation enseignent de manière différente. Elle note qu'ils enseignent de manière plus « magistrale, plus théorique, de manière un peu plus européenne, académique. » Luke, provenant du système français partage sa vision :

> On met beaucoup plus d'importance sur la façon de présenter les choses. Donc par exemple, les gens vont utiliser beaucoup plus de phrases […] Le premier truc qu'on m'a dit c'est que les maths ça s'écrit avec des phrases. […] Je pense qu'il y a moins ça ici, typiquement. *(Luke, Entretien 1)*

Sans renoncer à cet héritage, il a « fallu qu' [il] change [son] langage, qu' [il] change [sa] façon de parler, d'écrire les choses ». Il ajoute qu'il « essaye de moins structurer quand ce n'est pas nécessaire, mais [il] pense que le fait de vraiment extrêmement structurer quelque chose peut être quelque chose d'aidant ». Luke souligne que cette manière d'enseigner permet de contrer les difficultés que plusieurs étudiants rencontrent quant à la structure de leur démarche et de leur raisonnement.

> Donc là l'important c'est vraiment de leur montrer les structures pour qu'ils puissent le faire par eux-mêmes. Ça c'est ça. Je trouve que c'est vraiment un des plus grands enjeux, donc. Je peux continuer dans ce sens-là, alors si tu veux, mais tu sais souvent je vois des étudiants là, ils arrivent, ils ne comprennent rien du tout. Tu fais le truc avec eux et en fait ils sont capables de sortir toutes les réponses et en fait ce qui leur manque vraiment c'est la structure. Ça, ils n'arrivent pas à se dire OK d'abord je calcule la dérivée pour pouvoir faire ça. Puis ensuite hop j'en déduis le tableau de variation. Puis à la fin je mets la conclusion et tout. Je trouve que c'est vraiment un des gros problèmes, mais pour en avoir parlé aussi aux amis et aux collègues. C'est aussi la même chose pour eux. *(Luke, Entretien 1)*

Luke insiste sur l'importance de guider les étudiants dans l'acquisition de structures de raisonnement solides pour qu'ils puissent résoudre les problèmes de manière autonome.

La dimension identitaire du rapport aux mathématiques des enseignants est structurée autour de ces quatre axes principaux :

1) Identité professionnelle centrée sur l'enseignement : Plusieurs enseignants, comme Halle, Malik et Marc-Antoine, considèrent l'enseignement des mathématiques comme central dans leur parcours professionnel, ce qui influence leur manière d'aborder la modélisation.

2) Tension entre théorie et pratique : Pour des enseignants tels que Luke, la modélisation est une extension de leur expertise théorique. Toutefois, ils rencontrent des difficultés à intégrer cette rigueur théorique dans la pratique.
3) Adaptation à des approches d'enseignement : Ceux ayant suivi une formation en éducation, comme Malik et Halle, montrent une flexibilité accrue dans l'usage de stratégies pédagogiques, adaptant la modélisation pour la rendre accessible aux étudiants.
4) Influence culturelle sur la perception des mathématiques : Les enseignants formés dans des systèmes plus structurés, comme le système français, voient les mathématiques comme une discipline très organisée, influençant leur approche et la rigueur qu'ils souhaitent transmettre aux étudiants.

4.2.1.2 Dimension épistémique

Le premier entretien a aussi permis de mettre en lumière la relation épistémique entretenue par les enseignants et les mathématiques en cherchant à mieux cerner leur vision des mathématiques comme objet de savoir. L'analyse des données a permis de mettre en évidence plusieurs aspects de cette relation : la manière dont les enseignants perçoivent et définissent les mathématiques, l'importance qu'ils accordent à cette discipline dans leurs vies professionnelle, personnelle et sociale, ainsi que les méthodes et approches par lesquelles les mathématiques influencent leur compréhension du monde.

4.2.1.2.1 Les mathématiques comme discipline de référence

Les expériences personnelles et professionnelles des enseignants façonnent leur vision de la discipline mathématique et des savoirs qui en relèvent. Le rapport aux mathématiques pures et appliquées influence non seulement le parcours académique des individus et vice versa, mais aussi leur manière de percevoir et de comprendre le monde.

Marianne explique avec un ton nostalgique, qu'elle aimait « beaucoup les structures algébriques dans toute cette tu sais, cette beauté, cette limpidité des, c'est ça, des structures, des

groupes, des anneaux, toutes ces belles preuves. Là, pour moi, il y avait quelque chose de, peut-être pas rassurant, mais, il y avait aussi, c'est ça, une satisfaction de comprendre quelque chose de complexe. » Cette complexité qu'elle nomme, elle l'associe aux mathématiques pures, ce qui explique pourquoi elle a un intérêt pour inclure quelques notions permettant aux étudiants d'avoir un aperçu de ce que sont les mathématiques pures.

Thomas évoque un souvenir semblable à celui de Marianne lorsqu'il explique sa motivation à poursuivre des études en mathématiques. « On veut avoir des jolies formules, mais il faut prouver ce qu'on dit. Il y a la géométrie d'Euclide, là où non seulement toutes les preuves étaient interreliées entre elles, mais aussi fondées sur des axiomes. Donc ça c'est quelque chose qui me fascine.» Thomas évoque un domaine des mathématiques qui l'a marqué lors de ses études universitaires :

> L'analyse, ça frappe ce niveau de formalisme puis de rigueur. Là où est-ce qu'on démontre tout, puis qu'on procède pas à pas. Puis dans le fond c'est, c'est pré-calcul. On définit les limites comme il faut avec les epsilons delta. Tout de suite cette rigueur-là, comment faire les preuves, comment les rédiger aussi comme il faut. Ça a été marquant, ça, ça forme l'esprit, je dirais. Pas seulement. Pas seulement aux mathématiques, là, ça a des répercussions sur notre façon de voir le monde. *(Thomas, Entretien 1)*

L'approche rigoureuse de l'analyse a permis à Thomas de développer une vision du savoir mathématique comme un système organisé et cohérent, susceptible de former l'esprit et d'influencer sa manière de voir le monde. Il reconnaît l'importance de la rigueur épistémique non seulement dans les mathématiques mais aussi dans la structuration de la pensée critique et analytique dans d'autres domaines.

Marianne et Thomas valorisent particulièrement la notion de preuve, Luke abonde en ce sens et souligne qu'il apprécie le raisonnement, le côté logique des mathématiques. « C'est là où j'ai découvert que j'aimais ça [les mathématiques], c'est quand c'est devenu un peu plus abstrait. Donc quand on faisait de la logique typiquement, les trucs d'analyse, ça, c'était quelque chose qui me plaisait plus, parce que j'étais capable de mieux savoir d'où venaient les formules, et cetera. Et l'algèbre abstraite aussi. » Malik s'intéresse aussi à la « la logique qui se cache derrière les mathématiques. Les grandes structures, sans être coincé dans les calculs ».

Contrairement à Marianne et Thomas, Malik n'a pas gardé de bons souvenirs de ses cours de calcul différentiel et intégral, il les voyait plutôt comme des cours calculatoires et de « par cœur ». Marianne et Thomas, ont souligné avoir eu un « coup de foudre » pour ces cours. Thomas a exprimé que pour lui, « [ce n'est] pas exagéré de dire que plus rien n'est pareil une fois qu'on connaît ça [le calcul différentiel] ».

Malik, qui enseigne depuis seulement deux ans, a suivi des cours de calcul différentiel et intégral à une époque différente de celle de Marianne et Thomas. Selon Malik, les cours qu'il a suivis au collégial semblaient utiliser des méthodes d'enseignement qui valorisent la mémorisation et les calculs mécaniques chez les étudiants. Cette approche a eu pour conséquence que ces cours ne lui ont laissé que peu de bons souvenirs et ont été perçus comme fastidieux et répétitifs.

Alors que plusieurs participants témoignent de leur fascination pour la théorie, la logique et les structures abstraites des mathématiques, le témoignage de Marc-Antoine souligne l'importance de l'aspect pratique pour attirer l'intérêt des étudiants :

> Quand j'étais aux études, j'adorais la partie théorique, mais sauf que maintenant que je suis rendu dans l'enseignement, ce qui est le plus pertinent pour moi, c'est plus la partie pratique je pense. C'est vraiment en enseignant, c'est là que tu t'en rends compte : essayer d'intéresser le plus les étudiants, c'est sûr, c'est moins avec la partie théorique qu'on réussit à le faire. *(Marc-Antoine, Entretien 1)*

La perspective de Marc-Antoine met en évidence la nécessité d'intégrer des mathématiques appliquées dans l'enseignement pour rendre les mathématiques plus engageantes pour les étudiants, soulignant ainsi l'importance de privilégier certaines notions et leurs applications concrètes dans un contexte scolaire.

Quant à Zachary et Luke, tous les deux docteurs en mathématiques, ils disent ne pas réinvestir au quotidien les connaissances acquises durant leurs études supérieures, mais reconnaissent l'impact que ces études ont eu sur la manière de façonner leurs pensées et réflexions. Cette vision formatrice de la pensée ne dépend pas nécessairement du niveau d'études en mathématiques.

4.2.1.2.2 Les mathématiques enseignées au collégial

Il nous apparaît important de cerner le regard que les enseignants portent sur les savoirs mathématiques enseignés au collégial, en particulier lorsqu'un certain poids est accordé par le devis ministériel à des notions mathématiques spécifiques.

Nous décrirons d'abord l'organisation praxéologique entourant un contenu du cours de calcul intégral souvent évoqué par les enseignants lors des entretiens : la détermination de l'intégrale indéfinie d'une fonction (MES, 2021).

1. Type de tâches (T) : Déterminer l'intégrale indéfinie d'une fonction. La tâche consiste à trouver la primitive d'une fonction $f(x)$ donnée. Ce type de tâche, commun dans l'étude du calcul intégral, est associé à l'élément de compétence « Déterminer l'intégrale indéfinie d'une fonction » (MES 2021, p.26) de la compétence «Analyser des problèmes par l'application du calcul intégral» (MES 2021, p.26)

2. Techniques (τ): Les techniques correspondent aux procédures utilisées pour accomplir la tâche. Si l'ancien programme qui était encore en application à l'hiver 2024 se contentait d'évoquer pour cette tâche les « techniques d'intégrales usuelles » en ne précisant pas lesquelles, la tradition jusqu'à ce jour, en partie portée par les manuels, pouvait inclure le changement de variable, la complétion de carré, la méthode des fractions partielles, l'intégration par parties et les substitutions trigonométriques. Le nouveau programme (MES 2021) met en évidence la technique du changement de variable et lui ajoute « certaines techniques d'intégrales usuelles » en ne retenant là que l'intégration par parties et les substitutions trigonométriques.[8]

[8] Il convient de noter que le cours de calcul intégral passera avec ce nouveau programme de 75 à 60 heures d'enseignement.

3. Technologie (θ) : Les justifications théoriques sous-tendant le choix de l'application des techniques d'intégration de ces techniques reposent sur la compréhension des concepts sous-jacents comme celui de la primitive, de la fonction dérivée, et de la relation entre les intégrales définies et indéfinies. En particulier, en ce qui concerne l'intégration par parties, les justifications théoriques reposent aussi sur les règles de calcul des dérivées (la dérivation d'un produit de fonctions) et des intégrales (l'intégration d'une somme de fonctions). En ce qui a trait aux substitutions trigonométriques, elles reposent notamment sur le recours aux fonctions trigonométriques, aux identités trigonométriques et à leur application à la simplification des intégrales.

4. Théorie (Θ) : La théorie justifiant le recours à ces techniques spécifiques est celle de l'analyse, qui inclut le théorème fondamental du calcul liant la dérivée et l'intégrale, les propriétés de la dérivée et de l'intégrale ainsi que celles des fonctions continues et différentiables.

L'organisation praxéologique décrite, centrée sur la tâche de « déterminer l'intégrale indéfinie d'une fonction » (MES 2021, p.26), montre comment les enseignants sont contraints de structurer leur enseignement autour de tâches et techniques spécifiques. Dans de telles organisations praxéologiques, il convient de réfléchir aux choix des techniques : sont-elles les seules pertinentes, ou d'autres méthodes (dans certains cas où les méthodes analytiques ne suffisent pas) pourraient-elles également être envisagées ? Face à l'organisation praxéologique présentée plus haut, les enseignants ont exprimé un certain malaise quant au choix des techniques prescrites par le devis ministériel et appellent à une plus grande flexibilité lors de l'enseignement visant certains types de tâches.

On note de plus que la capacité à justifier ces techniques ne fait pas partie des critères de performance associés à cette tâche ; le programme vise plutôt « l'utilisation correcte » et « l'application pertinente » « des règles, des formules et des techniques ». Or, plusieurs enseignants rencontrés valorisent un enseignement axé sur la compréhension des concepts

enseignés plutôt que sur la mémorisation des techniques et procédures, en particulier les différentes techniques d'intégration, ce qui se reflète dans l'importance accordée à la théorie (Θ) et à la technologie (θ) dans l'organisation praxéologique. Certains enseignants parviennent en effet à accorder une plus grande importante à la technologie et à la théorie associées à ces types de tâches.

C'est le cas de Marianne et Zachary qui soulignent l'importance de la compréhension des théorèmes fondamentaux et de la structure théorique des mathématiques avec un accent sur le formalisme et la rigueur. Cette importance accordée à ce que signifie la théorie mathématique peut être expliquée par leur parcours universitaire. Rappelons que tous les deux sont titulaires d'un doctorat en mathématiques fondamentales (Algèbre, Topologie, respectivement).

Zachary illustre cette vision en insistant sur l'importance de saisir la profondeur théorique des mathématiques :

> […] on parle du théorème fondamental du calcul, ben là, je sais qu'il y a des collègues, eux qui, ce qui leur importe quand ils enseignent ça, c'est quel genre de problème on va résoudre, en classe et à l'examen. Donc, c'est ça le but de présenter le théorème. Alors que pour moi, c'est plutôt un théorème, ben le nom le dit, là, c'est fondamental. *(Zachary, Entretien 1)*

Selon Thomas, il serait pertinent de réduire la quantité de matière, en particulier des techniques d'intégrations (τ) pour permettre un apprentissage en profondeur de concepts clés et orienter les évaluations vers la compréhension des étudiants et non sur leur capacité à mémoriser des techniques.

> Un peu plus justement, de maths discrètes, peut-être un peu moins de techniques d'intégration spécifiquement. Probablement qu'idéalement, je prendrais moins de contenu, de matière dans les cours au collégial. Mais j'essaierais d'évaluer plus la compréhension. Des fois, j'ai l'impression que j'enseigne une chose, puis quand vient le temps d'évaluer, c'est assez proche de ce que j'ai donné comme exemple. Et puis j'ai l'impression qu'il y a des étudiants qui simulent la compréhension. Donc c'est ça, probablement que ce serait plus intéressant pour moi, puis peut-être pour les étudiants. C'est ça si, si on baissait la quantité de matière, avec des examens qui sont, c'est ça qui sont des questions, un peu plus de compréhension, un peu plus des questions nouvelles. *(Thomas, Entretien 1)*

Ce souhait de réduire la quantité de techniques d'intégration enseignées a aussi été mentionné par Marianne et Emily. Alors que ces enseignants souhaitent approfondir la compréhension conceptuelle, Malik quant à lui fait un appel à l'ouverture vers la résolution de problème et *le problem posing*.

Malik exprime une critique de la manière dont le savoir est enseigné en sciences de la santé, en particulier en ce qui concerne les compétences mathématiques. Il souligne une contradiction entre les objectifs visés chez les étudiants en sciences de la santé et ceux qui seraient utiles en mathématiques.

> On demande aux étudiants qui vont en médecine d'être forts en maths. Essentiellement, les futurs médecins, on leur demande de reconnaître un type de problème et utiliser un outil ou un traitement. C'est un peu l'inverse de ce qui est attendu en mathématiques. Puis, je repense à l'université, on n'a pas eu de nouveaux problèmes à résoudre. C'est décevant qu'on ne l'enseigne pas. Ce serait pertinent de le faire, pousser à la créativité, poser des questions, poser des questions qui n'ont pas de bonne réponse. *(Malik, Entretien 1)*

Malik insiste sur la nécessité de pousser les étudiants à poser des questions ouvertes : « On encourage à résoudre un problème, mais pas à le comprendre au-delà de ça et je trouve ça dommage ce genre de situation-là. Je ne pense pas arriver à m'en sortir. » Malik souhaite s'éloigner de la focalisation sur les techniques et les résultats qui en découlent et se concentrer plutôt sur le développement d'une pensée critique et d'une compréhension théorique, mais il se sent contraint par les structures institutionnelles actuelles.

De son côté, Marianne regrette la disparition de certaines notions de mathématiques fondamentales du programme :

> Je mettrais les espaces vectoriels qui sont disparus du programme. Donc je ferais un petit peu plus de maths fondamentales sans dire que c'est essentiel, mais pour que les jeunes étudiants du collégial puissent savoir un peu c'est quoi les maths pures. *(Marianne, Entretien 1)*

Zachary, Luke et Marianne notent l'absence de la logique et des mathématiques discrètes dans le curriculum des programmes scientifiques. Selon eux, l'étude de ces champs mathématiques

permet de favoriser un raisonnement et une rigueur dans la présentation des démarches et des idées mathématiques. Ces trois enseignants souhaiteraient ajouter les relations de récurrence au programme pour renforcer la compréhension des techniques de preuve et de la logique de base, améliorer la préparation aux études supérieures et combler une lacune importante dans la formation actuelle. Marianne insiste sur l'enseignement des relations de récurrences, surtout dans des programmes offrant des cours de mathématiques discrètes; Zachary souligne l'importance de comprendre les preuves avant le cégep.

Un souci du rôle des mathématiques dans d'autres domaines scientifiques peut aussi contribuer à valoriser certaines notions qui peuvent y jouer un rôle important. Ainsi, Luke regrette à son tour l'absence de raisonnement par récurrence dans le programme actuel, surtout considérant l'ajout du cours d'informatique dans le nouveau programme de sciences de la nature. Il partage aussi le point de vue de Halle, pour qui le retrait des nombres complexes dans le devis ministériel pour le cours d'algèbre linéaire a des impacts négatifs pour quelqu'un qui souhaite poursuivre en génie.

De façon générale, il est intéressant de noter que les enseignants regrettant l'absence de notions particulières dans le curriculum avaient apprécié les idées mathématiques que ces notions ont pu leur apporter lors de leur propre parcours académique.

Il est par ailleurs notable que peu d'enseignants mentionnent les équations différentielles comme un sujet qu'ils souhaiteraient développer davantage dans leurs cours[9] alors que plusieurs d'entre eux mentionnent vouloir intégrer un enseignement permettant d'explorer des applications concrètes. Marianne, en revanche, propose une perspective intéressante en soulignant l'importance

[9] Les équations différentielles sont brièvement vues dans le cours de Calcul II et plus longuement dans le cours de Calcul 3 selon la discrétion du professeur.

de l’analyse numérique pour une approche plus réaliste des mathématiques. Elle illustre ce point en déclarant :

> Ben, c'est ça, les séries de Taylor sont revenues pour justement dans une optique d'expliquer à l'étudiant qu'une intégrale, une primitive, dans la vraie vie, ça se trouve pas, c'est fait par des profs de maths qui se sont arrangés pour que ta fonction s'intègre, mais dans la vraie vie il n'y en a pas de primitive, mais tu fais de l'analyse numérique. *(Marianne, Entretien 1)*

Cette remarque met en évidence une critique implicite de la manière dont les mathématiques sont traditionnellement enseignées, souvent déconnectées des méthodes numériques largement utilisées dans le monde réel.

Mentionnons finalement que Marianne, Halle, Malik, Zachary et Emily accueillent de manière favorable l’ajout du cours obligatoire de probabilités et statistique dans le nouveau curriculum qui sera en vigueur dans les cégeps dès l’automne 2024. Ils relèvent autant l’utilité de ces savoirs, notamment pour ceux qui se dirigeront en sciences de la santé, que le caractère contre-intuitif de leur utilisation. Mais certains enseignants y voient aussi l’occasion d’enrichir le bagage théorique des étudiants en leur enseignant des mathématiques dites plus pures. Ainsi, pour Malik, plus qu’une nouvelle entrée vers les applications, l’ajout du cours de probabilités et statistique représente une manière « de comprendre des notions plus abstraites : la taille, le croisement d’un ensemble, la bijection et encore plus. » De même, Emily y voit l’occasion de travailler la logique et la combinatoire.

4.2.1.2.3 Les programmes et leur mise en œuvre

Dans cette section, nous présentons la vision des enseignants concernant les devis ministériels et l’implémentation locale des programmes préuniversitaires, notamment celui des Sciences de la nature.

Luke trouve que le niveau de mathématiques abordé dans le programme de sciences de la nature est excellent. Halle apporte une nuance en précisant que le niveau est surtout bien adapté pour ceux qui veulent aller en sciences de la santé à l'université :

> Pour quelqu'un qui veut aller par exemple en sciences pures et appliquées, ils ont pas vraiment les cours pour leur montrer ce que ça va vraiment être, ils n'ont pas acquis toutes les compétences, vraiment tu sais. Dans le nouveau programme, ils ont ajouté un petit cours de programmation mais c'est 45 h comme tu vas apprendre la base, puis selon certains cégeps, comités, malheureusement là nous notre cours est en 4e session comme ce n'est pas logique là. *(Luke, Entretien 1)*

En parlant du programme de sciences de la nature, Emily déclare qu'elle « l'accepte et ne se sent pas frustrée » avec les choix qui ont été faits qui résultent selon elle d'un « empilage historique ». Elle avoue toutefois être embêtée par l'aspect prescriptif du devis ministériel, aspect que Marianne pointe également. Luke souligne la lourdeur des calculs et suggère des changements spécifiques dans le contenu des cours :

> Tous ces cours là en fait sont héritiers d'une tradition américaine, qui perdure depuis à peu près un siècle, parce que les cours de calcul, c'est les mêmes qui sont donnés dans les universités américaines. Et effectivement ça s'appelle pas calcul pour rien. Je trouve qu'il y a trop de calculs on peut très sincèrement en faire moins. Moi j'ai fait maths physique, j'ai jamais fait autant de calculs que depuis que [j'enseigne]. Donc je trouve qu'on devrait un peu enlever de ça pour faire un peu plus de qualitatif, ça ferait du bien. *(Luke, Entretien 1)*

D'un cégep à l'autre, il existe un plan-cadre pour chacun des cours de mathématiques offerts, Zachary, Halle et Luke mentionnent avoir un fort sentiment de satisfaction envers les plan-cadres locaux. Luke explique qu'il se sent « interpellé par les plans cadres qui sont donc l'implantation locale du devis ministériel. Et ça par contre du coup ça c'est comme je te disais avec les nombres complexes, ça dépend de cégep en cégep, tu ne vas pas forcément avoir le même contenu » L'ajout ou l'absence de certaines notions relève à la fois des choix organisationnels et personnels des enseignants.

Nous pouvons identifier trois axes communs dans la dimension épistémique du rapport aux mathématiques des enseignants :

1) Dualité entre théorie et pratique : Une partie des enseignants valorisent la beauté et la rigueur des mathématiques pures (logique, structures algébriques), qu'ils considèrent essentielles pour former un esprit analytique et structuré. À l'inverse, d'autres privilégient les applications pratiques, estimant qu'elles aident les étudiants à se lier aux mathématiques par des situations concrètes.
2) Importance de la compréhension conceptuelle : Plusieurs enseignants souhaitent aller au-delà de la simple application de techniques calculatoires. Ils prônent un apprentissage orienté vers la compréhension des concepts, notamment à travers la modélisation. Cette approche vise à éviter la mémorisation mécanique au profit d'une réflexion critique.
3) Défis liés aux devis ministériels : Les enseignants critiquent la rigidité des curriculums, qui imposent parfois une approche prescriptive axée sur des techniques spécifiques. Ils appellent à plus de flexibilité pour introduire des concepts jugés fondamentaux (comme la logique ou les probabilités) et enrichir le parcours des étudiants, notamment en renforçant l'aspect théorique ou en proposant davantage de modélisation et mathématiques appliquées.

4.2.1.3 Dimension sociale

La dimension sociale englobe les influences vécues à la suite d'interactions sociales avec des collègues, des étudiants et des individus exerçant une influence de près ou de loin sur leur pratique.

En tant que professeure de mathématiques dans un programme de Sciences, Informatiques, Mathématiques (SIM), Marianne s'est vue devoir enseigner les relations de récurrences aux étudiants, même si cela n'était pas dans le programme. Marianne a pu ajuster le contenu de son cours, en raison du rôle qu'elle assumait dans le programme où s'inscrivait le cours, mais ce n'est pas le cas pour tout le monde. Zachary et Malik pointent le manque de coordination entre les cours de mathématiques et ceux de physique ou chimie, ce qui complique la capacité des étudiants à

faire des liens entre les concepts théoriques et leur application pratique. Cet enjeu est également évoqué par Emily, qui exprime le souhait d'une meilleure coordination entre les matières :

> Peut-être que c'est du *wishful thinking*, mais mon souhait serait d'avoir plus d'arrimage entre les différentes matières. Je trouve des fois qu'on n'est pas ben bon ici, c'est comme d'arrimer math-physique, en science. Comme là, j'enseigne en 4e session de l'algèbre linéaire. Mais tu sais, les étudiants, ça fait longtemps qu'ils travaillent avec des vecteurs, puis qu'ils ont vu des produits scalaires, des produits vectoriels. *(Emily, Entretien 1)*

La liberté dont dispose Marianne est une exception qui permet une meilleure adaptation, mais pour une véritable amélioration systémique, une coordination accrue entre les différentes matières apparaît nécessaire, selon par Emily, Zachary et Malik. Luke ajoute que l'introduction du nouveau cours de programmation dans le programme de sciences de la nature pourrait aggraver cette situation. Il explique :

> En vrai c'est je trouve que c'est vraiment un problème là parce que tu sais, l'informatique c'est un gros enjeu. Ils ont mis des cours d'informatique. Programmation, définir des fonctions par récurrence c'est quand même un gros truc pour accélérer certains programmes d'infos et il y a pas ça, ils vont calculer des complexités, ce genre de choses, mais pas de raisonnement par récurrence. Donc je trouve ça vraiment dommage. Dans le même style, il y a aussi les *nombres complexes*. *(Luke, Entretien 1)*

De plus, Luke souligne que la flexibilité nécessaire pour envisager l'enseignement, par exemple de la logique, est davantage envisageable dans les cours de mathématiques offerts aux étudiants en technique informatique qu'aux étudiants suivant des cours de mathématiques dans le cadre d'un programme préuniversitaire. Cette absence de coordination entre les disciplines met en évidence la nécessité d'une approche intégrée, telle que celle décrite par Halle. Elle témoigne d'un effort véritable d'intégration des compétences à travers les différentes disciplines, à son collège, où l'on cherche à assurer que chaque cours contribue à un ensemble cohérent d'aptitudes essentielles. Sur cet aspect, son discours se démarque complètement de celui des sept autres enseignants :

> Puis nous, on est en train de monter un peu ensemble les cours, les quatre disciplines. Quelqu'un va faire un exposé oral, tu sais, dans un cours pour démontrer la capacité de traiter et de communiquer l'information. Dans un autre cours ils vont faire une analyse d'un article [scientifique], puis on essaye un peu de pas tout faire dans chaque cours, parce que sinon on va déborder. Mais certains cours vont avoir certaines compétences qu'on veut développer globalement pour que dans le cours d'ESP[10], on sente qu'ils aient vraiment acquis toutes les compétences du programme, qu'ils puissent intégrer le tout ensemble, ce qu'on aimerait qu'ils apprennent, la science critique, la vulgarisation, la communication. *(Halle, Entretien 1)*

Cette approche collaborative et intégrée est possible grâce à la structure organisationnelle unique de leur cégep.

> Ça fonctionne parce qu'on est un petit cégep. Puis, ça fonctionne aussi parce que nous, on est le seul cégep au Québec qui a une approche programme. C'est à dire, on n'a pas des départements disciplinaires. Les autres, c'est des départements programme. C'est comme Sciences nat, y a pas de département de physique, y a pas de département de chimie, y a pas de département de bio. C'est le département de Sciences nat. Y a pas un département d'informatique, c'est le département de SIM. Quand on construit nos plans cadres, c'est toutes ces disciplines-là ensemble, même pour juste un cours d'info, un cours de bio, c'est le département qui fait le plan encore. Donc il y a beaucoup plus l'apport de différentes voies, puis différentes disciplines pour un plan-cadre pour un cours. *(Halle, Entretien 1)*

En adoptant une approche programme plutôt qu'une division en départements disciplinaires, ce cégep cherche à favoriser une vision concertée de la formation. On note toutefois que les exemples évoqués renvoient à la reconnaissance et la prise en compte de compétences transdisciplinaires et non à un travail interdisciplinaire sur les savoirs à enseigner.

---

[10] Les professeurs nomment l'épreuve synthèse de programme ESP.

4.2.1.3.1 Interaction avec les collègues

La dimension sociale entre collègues caractérisant le rapport aux mathématiques est à la fois collaborative et harmonieuse selon les participants. Marianne et Luke apprécient l'aspect de collégialité de leur département. Cela se démarque par une culture de partage et d'échanges concernant les méthodes pédagogiques en place. Marc-Antoine abonde dans le même sens, soulignant que les enseignants de son département sont tous arrivés en même temps. Cette situation favorise une évolution collective, où chacun est ouvert aux nouveaux apprentissages des autres, permettant un enrichissement quotidien de leurs méthodes d'enseignement. Comme mentionné plus tôt, Halle se trouve dans une culture départementale unique, bien qu'il y ait des chocs entre les « puristes » et les enseignants plus flexibles sur certains aspects (comme les types de questions à l'examen : question conceptuelle ou question technique), globalement, ils travaillent ensemble comme leur département est petit.

4.2.1.3.2 Enseignants lors de la formation initiale

Halle et Malik déclarent ne pas avoir été particulièrement inspirés par les enseignants qu'ils ont eus à l'université. Tous deux reconnaissent toutefois que les enseignants d'université ne priorisent pas toujours l'excellence de l'enseignement, mais plutôt l'avancement de la science par la recherche. Ils disent avoir eu de bons enseignants au secondaire et au collégial. Marc-Antoine a eu une expérience extrêmement positive au collégial. Il a aussi été inspiré par l'apprentissage par projets qu'il a vécu lors de son propre parcours. C'est un aspect qu'il essaye d'intégrer dans sa pratique.

Similairement, Thomas a eu la chance de travailler sur un projet au collégial avec un professeur qui ne lui enseignait pas. C'est cette relation et les apprentissages qui en ont découlé qui lui ont fait prendre conscience de l'importance de son rôle d'accompagnement en tant qu'enseignant. Malik, Halle, Emily ont eu des cours magistraux au collégial. Cela fait en sorte qu'au début de leur carrière d'enseignement, ces derniers ont reproduit ce qu'ils avaient vécu.

Plutôt que de contraster les cours magistraux avec les cours interactifs, Emily apporte un aspect affectif à sa pratique d'enseignante :

> Ce que t'apprends. Faut que ça soit comme dans une espèce de toile d'araignée où tu greffes ce que tu apprends. Tu vas lier ça avec d'autres connaissances, mais tu vas aussi lier ça avec quand t'es en classe. Tu sais, mettons les profs qui ont des *catch phrases*, ou des profs qui font des *running gags*. Tu sais, c'est des choses sur lesquelles tu vas comme accrocher ce que tu apprends. Tu sais, ça te donne comme une espèce de canevas. […] Tout ça, c'est comme un genre de canevas. De tout ça d'ordre, tu sais, c'est pas juste intellectuel, c'est visuel, c'est sonore, c'est émotif. Plein d'affaires. C'est là-dessus que tu vas comme empiler ou enfin accrocher tes apprentissages. Fait que je pense à ça les étudiants vont se souvenir des catchs phrase des profs ou des profs faisaient des trucs bizarres. Ces choses-là comme c'est comme s'ils aident à se souvenir. *(Emily, Entretien 1)*

Les interactions mémorables, qu'elles soient sous forme de phrases accrocheuses ou de moments marquants, créent un cadre dans lequel les connaissances peuvent s'ancrer. Cela montre que la vision de l'enseignement d'Emily va bien au-delà des simples méthodes d'enseignement : elle englobe également l'expérience humaine, sensorielle et émotionnelle, en classe.

4.2.1.3.3 Interaction avec les étudiants

Parmi les huit participants, trois dans des collèges privés, Malik, Zachary et Emily soulignent la différence ressentie chez les étudiants qui sont plus motivés par la performance que par la compréhension des concepts enseignés. Cette dynamique contraint les enseignants à adapter leurs méthodes d'enseignement afin de pouvoir continuer à mettre l'accent sur ce qu'ils considèrent comme essentiel dans leur enseignement. Par exemple, Zachary, mentionne qu'il continue d'enseigner les mathématiques d'un point de vue théorique, mais qu'il s'est adapté à sa clientèle :

> J'ai adapté parce qu'il faut vendre un peu, c'est du marketing, là, vendre la théorie. Surtout au cégep, là, c'est pas des étudiants qui vont aller en maths, ils sont bons, mais ça ne les intéresse pas nécessairement les mathématiques. Eux, ils veulent, surtout chez nous, ils veulent une bonne cote R. Donc, ils veulent bien réussir. Bien réussir, ça veut pas dire bien comprendre. *(Zachary, Entretien 1)*

Ce souci de performance n'est pas propre aux étudiants des collèges privés. Marianne, professeure de mathématiques dans un cégep public, rencontre les mêmes défis :

> Donc c'est le climat dans la classe, en sciences de la santé, il y a une volonté de performance et non de compréhension. Donc on a des étudiants qui veulent réussir à l'examen, mais qui ne veulent pas nécessairement comprendre parce qu'ils veulent rentrer en médecine, fait que c'est l'enjeu de la cote R. *(Marianne, Entretien 1)*

Elle conclut en soulignant que pour une professeure de mathématiques, cette motivation des étudiants liée aux notes et non à la compréhension des concepts peut la démotiver dans son enseignement. Marc-Antoine, qui enseigne également dans un cégep public, a une perspective différente. Il se considère chanceux d'avoir des étudiants en sciences de la santé, car selon lui, ce sont ceux qui s'impliquent le plus dans la compréhension des concepts enseignés. Il est important de noter qu'au cégep de Marianne, il existe un programme de Sciences Informatiques et Mathématiques (SIM), ce qui n'est pas le cas au cégep de Marc-Antoine. La présence de certains programmes peut influencer la composition des classes et la motivation des enseignants à transmettre leur vision des mathématiques de manière fidèle. En lien avec cette dynamique de performance, Thomas, exprime une inquiétude:

> Quelque chose qui me fait peur, c'est que des étudiants simulent la compréhension. Ça me fait penser à l'allégorie de la Chambre chinoise. Mes étudiants, des fois, ils reçoivent des symboles sans comprendre les idées derrière. Ils se sont fait une espèce de modèle, un algorithme. Quand je reçois tel symbole, je le traite. *(Thomas, Entretien 1)*

Cette réflexion illustre la crainte que la quête de la performance pousse les étudiants à mémoriser des procédures sans réellement comprendre les concepts sous-jacents, créant une illusion de compétence sans véritable maîtrise.

Cette « simulation de la compréhension » paraît liée à une autre perception de Thomas concernant l'apprentissage des idées mathématiques au collégial, un processus complexe et progressif qui, selon lui, ne peut se réaliser pleinement en une seule session. Thomas met en

évidence le caractère illusoire de vouloir condenser des siècles de savoirs mathématiques en une seule session :

> Il y a quelque chose d'un petit peu illusoire de penser qu'on va condenser 150 ans d'idées des meilleurs mathématiciens, puis en une session, on va les enseigner. C'est sûr que quand ils vont sortir de là, ils vont avoir des bases qui vont être plus ou moins solides [...] Avec encore des idées à mûrir. Puis c'est normal, des fois, il y a des idées, ça prend du temps pour les assimiler, pour les comprendre bien. *(Thomas, Entretien 1)*

Cette réflexion suggère que les étudiants quittent souvent le cégep avec des notions encore en développement, nécessitant du temps pour être pleinement assimilées. Luke observe déjà une différence notable dans l'évolution des idées mathématiques chez les étudiants entre la première et la deuxième année : « Même je le vois par rapport à la 2e année [...] Des fois j'en retrouve en 2e année qui viennent me poser des questions. C'est plus du tout la même chose, parce que je leur ai expliqué un an avant. » De même, Halle reconnaît que les étudiants ne sortent pas du cours en ayant tout compris immédiatement, mais elle considère cela comme une étape nécessaire vers une compréhension plus critique et autonome : « Ils ne vont pas nécessairement sortir du cours en ayant tout compris, mais ils sont prêts à comprendre ce qu'ils n'ont pas compris [...] Ils sont prêts à critiquer eux-mêmes, puis à découvrir. » Cette perspective met l'accent sur le développement de la capacité des étudiants à identifier leurs propres lacunes et à s'engager dans un apprentissage autonome et réflexif. Les enseignants s'accordent sur le fait que la maîtrise des mathématiques est un processus graduel qui nécessite du temps, de la maturité et de la réflexion continue. Ils mettent en avant l'importance d'accepter que la compréhension complète ne puisse être immédiate ni même possible, mais qu'elle s'approfondit avec le temps et l'expérience. L'apprentissage des mathématiques ne repose pas uniquement sur la maîtrise des concepts, mais aussi sur l'investissement personnel et la passion pour la matière. Zachary, fort de son parcours doctoral et de son expérience, se consacre particulièrement aux étudiants souhaitant approfondir leurs connaissances en mathématiques en abordant des notions autres que celles prescrites par le programme :

> Et donc, il y en a certains où là, j'ai un rôle un peu plus actif de mentor scientifique, je te dirais, où ils font des petits projets de recherche avec moi et ils apprennent des choses qui ne sont pas dans le programme parce qu'enfin, le programme est trop facile pour eux. Donc, on a la chance d'avoir des étudiants comme ça. Donc là, j'essaie de m'impliquer un peu plus avec ceux-là. *(Zachary, Entretien 1)*

Zachary souligne l'importance d'encourager et de soutenir les étudiants qui montrent un intérêt particulier pour la recherche et l'approfondissement des connaissances, ce qui peut parfois manquer dans le système éducatif. En ce qui concerne Marianne et Marc-Antoine, leur rapport aux mathématiques personnel qui est plutôt axé sur la partie théorique des mathématiques a été appelé à changer depuis leur rôle d'enseignant où ils sont régulièrement en contact avec des étudiants.

Nous pouvons dégager trois axes principaux à travers la dimension sociale du rapport aux mathématiques des enseignants :

1) Coordination interdisciplinaire insuffisante : Les enseignants regrettent le manque de coordination entre les cours de mathématiques et les autres matières scientifiques, ce qui limite les liens entre théorie et application pour les étudiants. Bien que certains, comme Marianne, aient plus de liberté pour adapter le contenu, beaucoup estiment qu'une meilleure intégration disciplinaire renforcerait la cohérence de l'apprentissage. Halle décrit une approche intégrée dans son cégep, où l'absence de département disciplinaire favorise une vision concertée des compétences à développer, un modèle jugé idéal mais rare dans le système actuel.

2) Culture collaborative et échanges entre collègues : Une forte culture de partage et de collégialité émerge dans certains départements. Les enseignants, comme Marianne, Luke et Marc-Antoine, bénéficient d'échanges enrichissants sur les méthodes d'enseignement. Cependant, dans des contextes plus rigides, des tensions apparaissent entre des approches « puristes » axées sur la théorie et des approches plus flexibles cherchant à rendre les mathématiques accessibles.

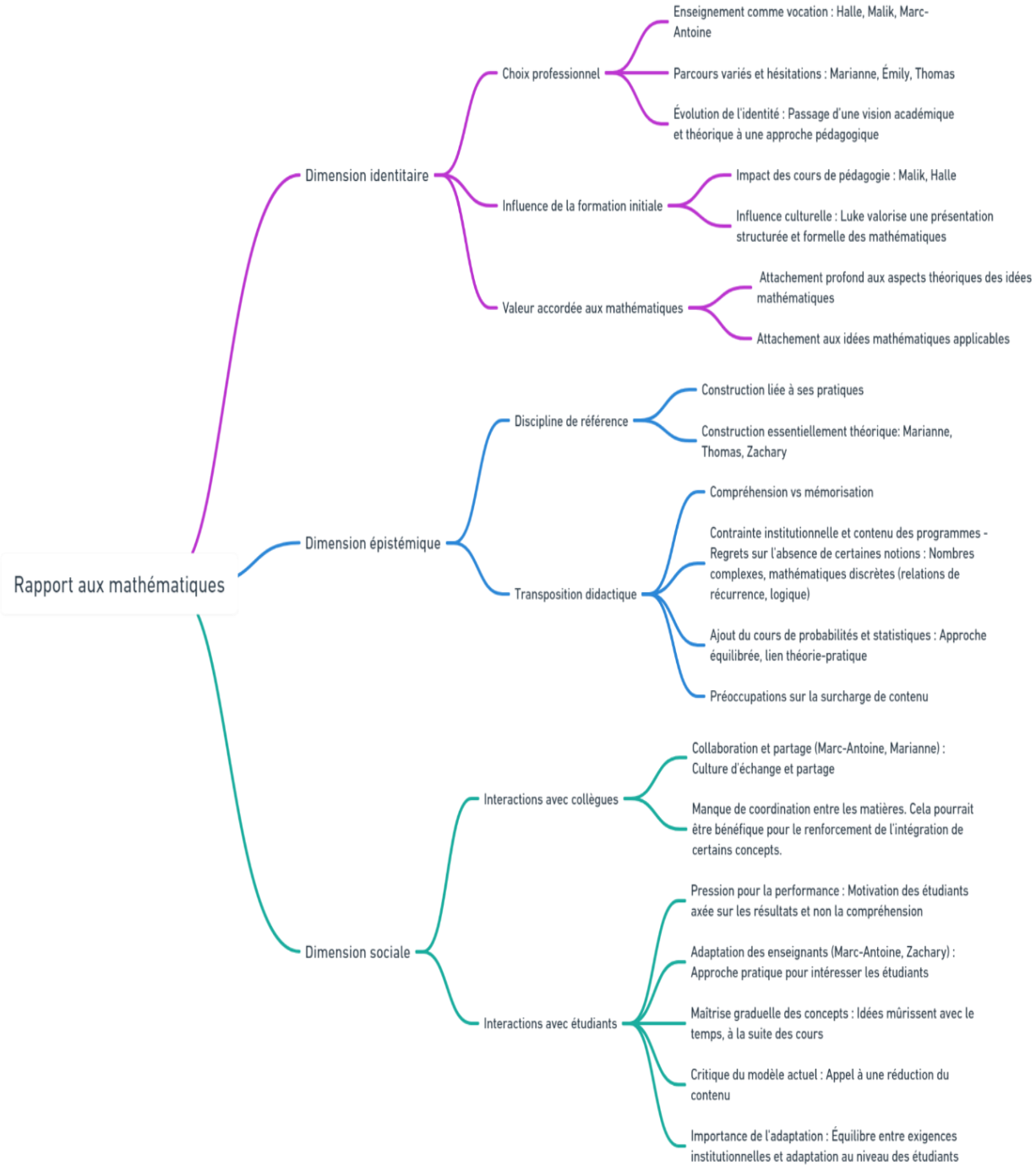
3) Tensions entre performance et compréhension chez les étudiants : La pression de la performance, surtout en sciences de la santé, incite les étudiants à se concentrer davantage sur leurs notes que sur la compréhension réelle des concepts, selon Zachary, Marianne et Thomas. Ce climat

pousse les enseignants à ajuster leurs méthodes pour stimuler une réflexion plus profonde malgré les attentes. Certains, comme Thomas, craignent que les étudiants simulent la compréhension en appliquant des procédures sans saisir les concepts.

4.2.1.4 Synthèse des résultats

Le schéma suivant met en lumière les multiples facettes du rapport des enseignants aux mathématiques, révélant comment leurs expériences, croyances et contextes professionnels influencent leur manière d'enseigner cette discipline.

Figure 7 Schéma synthèse du rapport aux mathématiques des enseignants



La dimension identitaire, définie par la manière dont les enseignants perçoivent les mathématiques exerce une influence significative sur leurs rapports épistémique et social. Par exemple, les enseignants ayant une identité fortement ancrée dans les mathématiques pures (comme Marianne et Thomas), en raison de leurs études doctorales, ont tendance à valoriser les aspects théoriques et formels des mathématiques. Cette orientation identitaire les pousse à intégrer dans leur enseignement des notions qui leur paraissent fondamentales, même lorsque ces notions ne sont pas au cœur du curriculum.

Halle et Malik partagent un cheminement qui les a amenés à explorer des approches d'enseignement distinctes de celles de Marianne et Thomas, notamment en suivant des cours en éducation. Ces expériences les ont incités à remettre en question leurs méthodes d'enseignement et à intégrer des perspectives interdisciplinaires, ce qui reflète une flexibilité et une adaptation continues dans leur identité professionnelle. Bien que Marc-Antoine ne partage pas le même parcours en pédagogie que Halle et Malik, sa vision des mathématiques et de son enseignement est similaire à la leur. Le rapport aux mathématiques de Marc-Antoine est fortement ancré dans la recherche d'applications concrètes et l'engagement des étudiants, une perspective qui a pris le dessus sur son intérêt initial pour la théorie. Lorsque questionnés sur leur vision des mathématiques, les enseignants répondent en caractérisant les mathématiques par leur abstraction, leur rigueur, et leur structure logique. Pour eux, elles vont au-delà de la simple application de formules ou de procédures mécaniques ; elles impliquent la compréhension des théories sous-jacentes, des preuves, des concepts fondamentaux, des idées qui structurent la discipline. Les enseignants souhaitant que les étudiants développent une réelle compréhension des mathématiques se heurtent souvent à des comportements d'apprentissage qui privilégient la mémorisation rapide pour réussir les examens, un comportement que certains considèrent comme une «simulation de la compréhension.» Cette dualité est renforcée par la motivation extrinsèque des étudiants, qui est souvent orientée vers l'obtention de bonnes notes plutôt que vers une compréhension profonde. Les étudiants, sous la pression sociale des performances académiques et des perspectives (comme l'entrée en médecine), semblent plus motivés par les résultats chiffrés que par l'apprentissage en soi. Cette dynamique entre les enseignants et les étudiants est possiblement enclenchée par les

devis ministériels. En effet, plusieurs enseignants notent que le curriculum en mathématique est assez chargé, laissant peu de temps pour s'attarder sur les concepts et encourager, voire évaluer, une compréhension approfondie. Les enseignants doivent souvent faire des compromis entre couvrir tout le contenu requis et prendre le temps nécessaire pour assurer une compréhension solide. Cette dynamique sociale influence la manière dont les enseignants perçoivent leur rôle et les méthodes d'enseignement qu'ils choisissent d'adopter. Les enseignants sont ainsi confrontés à la tension entre leurs visions épistémiques et les réalités sociales entourant leurs rôles et responsabilités envers leurs étudiants.

En bref, le rapport aux mathématiques des enseignants est caractérisé soit par une dimension identitaire très forte ou une dimension épistémique en constante négociation avec la dimension sociale.

4.2.2 Rapport à la pensée critique

Le thème de la pensée critique a suscité des réflexions variées chez les enseignants, mais les huit participants se sentent interpellés, à une intensité différente, sur la pertinence et la nécessité de la pensée critique.

4.2.2.1 Dimension identitaire

Lorsque les enseignants sont invités à partager leur vision de la place du développement de la pensée critique dans l'enseignement des mathématiques, Luke, Zachary, Emily, Marianne et Halle jugent que c'est essentiel tandis que les autres participants sont restés neutres sur cette question. Il est à noter qu'aucun des enseignants n'a évoqué une expérience vécue lors de la formation initiale ayant eu un impact dans leur rapport à la pensée critique. Ce rapport semble s'être développé à l'extérieur de leur parcours académique et au contact de leurs étudiants.

Marianne ressent une responsabilité qui déborde de son rôle de professeure de mathématiques. Elle exprime cette vision en décrivant comment elle intègre des discussions sur l'actualité et l'importance de la numératie dans son enseignement. Par cette approche, elle vise à développer la pensée critique de ses étudiants, en les aidant à comprendre et à analyser les informations qu'ils rencontrent quotidiennement.

> Ça m'arrive des fois dans mes cours de sortir de mon rôle de prof de maths, puis c'est juste de parler un peu d'actualité en essayant de ne pas teinter leurs points de vue, s'il y a eu des élections, je ne peux pas ne pas en parler. Puis bon en tant que prof de maths, oui par rapport au nombre, par rapport à la numératie qui est dans les journaux, je ne peux pas m'empêcher des fois c'est sûr, je le fais plus quand c'est un cours de stats, mais des fois quand je vois des choses aberrantes, tu sais je vais leur demander ce qu'ils en pensent et pourquoi. *(Marianne, Entretien 1)*

Sans le dire ainsi, Marianne ressent une responsabilité à former des citoyens réfléchis. Son rôle de citoyenne s'inscrit fortement dans son identité et se reflète dans son enseignement. La dimension identitaire du rapport à la pensée critique de Marianne chevauche avec la dimension sociale. Tout comme Marianne, Luke partage cette vision de l'importance de la pensée critique dans l'enseignement.

Luke estime que la pensée critique est fondamentale, bien qu'elle soit difficile à développer. Il la considère centrale pour former des citoyens capables d'apprendre de manière autonome et de porter un regard critique sur leurs actions : « Je pense que [...] même au collégial, on forme des citoyens. Donc je pense que ça doit être central. » Cependant, il se sent limité par le programme :

> Avec le contenu des programmes, il est difficile de leur apprendre à vraiment questionner, car il n'y a pas vraiment de preuves ou d'éléments pour cela. C'est dommage, car une grande partie des avancées en mathématiques, surtout depuis le 19e siècle, a été réalisée en remettant en question et en corrigeant des erreurs. C'est essentiel dans les sciences en général, mais nous enseignons surtout des aspects procéduraux. Donc, la réponse est que ce n'est pas autant développé que je le souhaiterais. *(Luke, Entretien 1)*

Le contenu des programmes actuels limiterait donc selon lui la possibilité de développer la pensée critique de manière poussée.

Zachary partage son point de vue, soulignant l'importance de la pensée critique et de la méthode scientifique, non seulement en mathématiques mais aussi dans les sciences humaines :

> Peut-être aussi dans un cours de sciences humaines, c'est la pensée critique, la méthode scientifique. Enfin, à l'époque, en anglais, ils appelaient ça *liberal arts*. Et *liberal arts*, c'était la philosophie, les sciences humaines, les maths et la géométrie. C'était l'élite qui était instruite, mais aujourd'hui, c'est beaucoup plus démocratique. Avant, les gens savaient qu'on devait faire des mathématiques, mais aussi de la philosophie et des sciences humaines. Ça manque particulièrement au primaire et au secondaire. Je suis un peu idéaliste quand je pense à l'éducation. *(Zachary, Entretien 1)*

Ainsi, bien que Luke et Zachary reconnaissent la valeur de la pensée critique, ils expriment tous deux des préoccupations quant à sa mise en œuvre effective dans le cadre des programmes actuels.

Emily trouve qu'il est nécessaire dans son rôle de soutenir les élèves dans le développement des capacités critiques et cognitives en valorisant la logique et le formalisme :

> Ça devrait quand même être quelque chose d'important puisque depuis qu'on se parle, on se dit, on doit penser à la logique pis au formalisme pis à construire, à bâtir une certaine capacité logique. C'est plus facile de mettre en pratique son esprit critique si on pense à ce qu'on modélise, à quelque chose de concret, on peut plus faire le lien avec, on comprend peut-être mieux le lien avec notre expérience réelle. *(Emily, Entretien 1)*

Pour Emily, la possibilité de lier la logique et le formalisme à des expériences concrètes, favorise l'intégration des savoirs et fait voir l'intérêt pour l'apprentissage de faire modéliser les étudiants à partir de contextes qui leur sont familiers. Cela caractérise son rôle de professeure en tant que médiatrice.

La dimension identitaire de Halle se révèle à travers sa vision du rôle de professeure. Halle se positionne comme une personne ayant une compréhension nuancée des concepts enseignés, ainsi que des défis et des aspects intéressants associés à ces concepts. Cette perspective reflète une conscience de son propre rôle non seulement comme transmetteur de connaissances, mais aussi comme guide dans le développement des compétences analytiques et critiques des étudiants.

> Le prof, son rôle c'est de faciliter la pensée critique. Tu ne peux pas t'attendre que dans ton premier cours ils soient là. Tu sais même les manuels ne peuvent pas les amener là parce qu'ils sont construits plus de façon magistrale comme exemple, définition, exemple, exercice, théorème ou preuve. Ils ne sont pas nécessairement construits pour amener un élève vers ça, parce que toi t'as une meilleure vision de, c'est quoi les enjeux de ce concept-là? Qu'est-ce qui pourrait être difficile ou intéressant dans ce concept-là? *(Halle, Entretien 1)*

Il est clair que les enseignants reconnaissent l'importance de la pensée critique dans l'enseignement des mathématiques et au-delà. Marianne, Luke, Zachary, Emily et Halle partagent une vision commune de l'enseignement qui va au-delà de la simple transmission de connaissances. Ils voient leur rôle comme étant celui de guides dans le développement de citoyens réfléchis et critiques, capables de questionner et d'analyser le monde qui les entoure. Cependant, ils soulignent également les défis liés à la mise en œuvre de cette vision dans le cadre des programmes actuels, qui privilégient souvent les aspects procéduraux au détriment du développement de la pensée critique. Malgré ces obstacles, ils témoignent d'un souhait de promouvoir une éducation permettant de former des étudiants capables de penser par eux-mêmes et de contribuer de manière significative à la société.

4.2.2.2 Dimension épistémique

Malik, Luke et Halle considèrent que la pensée critique et les mathématiques sont interreliées. À leurs yeux, le recours à la pensée critique dans les mathématiques permet une réflexion approfondie et structurée qui peut être appliquée à divers domaines. En revanche, Emily et Zachary vont plus loin en faisant le lien entre la pensée critique en mathématiques et l'utilisation des compétences acquises de ce lien dans le monde réel. Marianne partage cette perspective de manière moins interreliée aux mathématiques et uniquement sociale. Elle éprouve des difficultés à concevoir un lien direct entre les mathématiques et la pensée critique. Pour Thomas, la pensée critique s'incarne en mathématiques à travers la notion de preuve et la recherche de rigueur.

Malik considère que la pensée critique est un jugement raisonné qui évalue différents chemins avant d'en choisir un. Il y voit des parallèles avec des méthodes mathématiques :

> La pensée critique…pour moi c'est un jugement qui peut être raisonné. Donc penser à plusieurs idées avant d'en choisir une. Je dirai que c'est d'essayer de choisir les meilleures méthodes de résolution, en réfléchissant à pourquoi elles fonctionnent et pourquoi elles sont plus appropriées que d'autres. *(Malik, Entretien 1)*

Luke partage une définition similaire à celle de Malik, mettant l'accent sur le raisonnement et la prise de décision basée sur une évaluation critique :

> La pensée critique, c'est vraiment une pensée, une réflexion face à un raisonnement que tu utilises, qui te fait poser la question des pour et des contres avant de prendre une décision, qui te fait émettre des hypothèses, par exemple que tu cherches à confirmer plus tard. *(Zachary, Entretien 1)*

Zachary définit la pensée critique comme suit :

> C'est une constante remise en question de tout, essentiellement. Enfin, de tout, ne pas exagérer non plus. La Terre n'est pas plate, mais tu vois, comment on sait que la Terre n'est pas plate? C'est quand même une question à garder en tête. Donc, je pense que c'est d'abord une emphase sur la remise en question ou poser des questions, de vouloir comprendre. C'est ça, une pensée critique. Et l'autre chose, c'est toujours réfléchir un peu à ce qu'on nous dit, que ce soit des statistique sur le déclin du français au Québec, ok, d'où ça vient, comment c'est mesuré, tu vois, peu importe quoi notre opinion politique ou quoi, il y a aussi des faits, donc c'est comme essayer d'avoir la recherche des faits et, donc c'est ça la pensée critique, je dirais. Ouais, constamment poser des questions sur à peu près tout. Pas nécessairement avoir le temps de trouver les réponses. *(Zachary, Entretien 1)*

Tout en liant à son tour les remises en question avec le souhait d'aller plus loin, Zachary fait des liens avec la pensée critique et la société.

Thomas considère que la notion de preuve est intimement liée à la pensée critique : « Quand on fait des preuves, la pensée critique est là. Mais la notion de preuve, c'est une notion un peu avancée... »

Bien qu'elle défende l'importance de la contribution des mathématiques dans le développement de la pensée critique, Marianne a du mal à les lier:

> Pour moi c'est quelque chose en parallèle. Mais peut-être c'est ça, j'aimerais ça, je ne suis pas capable de faire le lien [avec les maths]. Pour moi, c'est quelque chose d'à côté. *(Marianne, Entretien 1)*

Ainsi, pour Marianne, la pensée critique reste une compétence autonome qui fonctionne en parallèle avec les mathématiques, plutôt que de manière intégrée comme le suggèrent d'autres enseignants. Plutôt que de lier la pensée critique et les mathématiques, Marianne considère que c'est plus dans les applications qu'il y a un potentiel pour développer la pensée critique :

> C'est plus dans l'application parce que dans les mathématiques en soi, il n'y a pas tant de pensée critique, il y a une logique. C'est une logique avec laquelle, des fois, il faut que tu sois critique face à ton résultat. Par exemple, si tu as une probabilité qui est plus grande qu'un, ok. Pour moi, ce n'est pas ça l'esprit critique. Non. Ça, c'est une pensée logique, déductive, analytique. Mais principalement, c'est dans le contact avec la réalité que l'esprit critique est nécessaire. Parce que sinon, ce n'est que de la logique. *(Marianne, Entretien 1)*

Bien qu'elle distingue la pensée critique de la simple logique mathématique, justifiant que cette dernière repose davantage sur un raisonnement déductif et analytique, elle admet que lorsque les mathématiques sont appliquées dans des contextes concrets, le potentiel de développer la pensée critique y est. Elle ajoute que c'est « en stat, pour moi, c'est là où ça [la pensée critique] devrait émaner le plus parce que c'est l'endroit où on fait le plus d'applications de la vraie vie ».

Marianne et Emily s'accordent sur l'importance de la pensée critique en statistique, en raison de la multitude d'applications concrètes à la vie réelle et du traitement visible et souvent erroné qu'en font les médias, en confondant notamment corrélation et causalité. Cependant, cette concentration sur la statistique pourrait également révéler une vision réductrice de la pensée critique, en la limitant aux situations où les applications concrètes sont évidentes. En revanche, leurs collègues considèrent la pensée critique comme une partie intégrante du raisonnement mathématique et de la méthode scientifique, ayant intégré dans leur identité professionnelle cette vision épistémique. En effet, ils considèrent le savoir mathématique comme un système organisé

et évolutif de concepts et de techniques, où la pensée critique est nécessaire pour questionner et valider des solutions mathématiques.

Luke, Zachary, Malik, Halle associent la pensée critique au raisonnement mathématique, sans nécessairement choisir un domaine des mathématiques. Halle explique que la pensée critique en mathématiques repose principalement sur la rigueur et le raisonnement par étapes. Elle décrit ce processus en ces termes :

> Tu sais en mathématiques c'est surtout de la rigueur, tu réfléchis à des étapes, faut que tu réfléchisses à « OK ça a pas fonctionné, est-ce qu'il y a une autre option ? » Il y a tu sais comme un organigramme, un peu continuer à résoudre un problème mais tu sais cela je trouve, ça revient beaucoup dans la pensée critique, tu sais de résoudre un problème, de trouver des solutions, de « est-ce que ça l'a de l'allure? est-ce que tu es capable d'expliquer? » *(Halle, Entretien 1)*

Ainsi, les propos de Halle (résumant les propos de Luke, Zachary, Malik), Marianne et Marc-Antoine convergent sur l'idée que la pensée critique en mathématiques ne se limite pas à la simple résolution de problèmes, mais inclut également une évaluation continue de la pertinence et de la validité des solutions. Tandis que Halle, Luke, Zachary et Malik se concentrent sur la rigueur et le raisonnement, Marianne et Marc-Antoine mettent en avant l'importance du contexte, élargissant ainsi la compréhension de la pensée critique en mathématiques à différents niveaux de complexité.

La dimension épistémique du rapport à la pensée critique des enseignants se résume autour de ces trois axes :

1) Rigueur et raisonnement structuré : Pour Malik, Luke, Halle et Zachary, la pensée critique est un processus rigoureux qui aide à évaluer les solutions mathématiques. Ils insistent sur l'importance d'un raisonnement par étapes pour valider chaque solution.
2) Lien avec la preuve mathématique : Thomas voit la pensée critique comme centrale dans la démonstration mathématique, nécessaire pour questionner et établir la validité des preuves, ancrant ainsi la pensée critique dans le raisonnement scientifique. En ce sens, Thomas a le sentiment de contribuer au développement de la pensée critique avec l'idée de la preuve.

3) Applications concrètes : Emily, Zachary et Marianne valorisent la pensée critique dans les contextes pratiques, comme la statistique. Ils notent son importance pour interpréter les données du monde réel, notamment en statistique, où des compétences critiques sont essentielles.

4.2.2.3 Dimension sociale

Le développement de la pensée critique en mathématiques suscite de nombreuses réflexions, mettant en lumière les défis entre les intentions et les réalités pratiques.

4.2.2.3.1 Écart entre intentions et pratiques pour la pensée critique en mathématiques

Emily met la table pour la place accordée à la pensée critique par l'enseignement des mathématiques :

> Tu sais, je pense que tout le monde va dire, on veut la pensée critique. Puis, c'est sûr que on est très absorbé dans la pratique par bien avoir le temps de faire toute notre matière. Ensuite, ça devient vite « on apprend des techniques ». Je pense qu'on ne lui donne peut-être probablement pas assez de place dans les faits, et c'est sûr qu'on ne l'admettra jamais là. Mais là je te l'admets (...) le programme, tu sais, il y a les intentions, puis il y a la pratique. *(Emily, Entretien 1)*

La réflexion d'Emily met en lumière un écart significatif entre les intentions et la pratique réelle de l'enseignement des mathématiques. Malgré la reconnaissance générale de l'importance de la pensée critique, le temps et les ressources consacrés à cette compétence restent insuffisants, selon elle. La pression de couvrir l'ensemble du programme conduit souvent à une focalisation sur l'apprentissage procédural, au détriment de la réflexion critique.

Luke attribue la difficulté ou l'absence d'enseignement pouvant permettre d'inscrire les mathématiques au développement de la pensée critique à l'aspect contraignant des programmes qui visent à couvrir une panoplie de techniques et méthodes empêchant la profondeur de l'enseignement des concepts.

> C'est vrai que par contre avec le contenu des programmes tu peux pas trop… comme il y a pas vraiment de preuve ou de choses comme ça, tu peux pas trop leur apprendre à questionner vraiment ce qu'ils ont devant eux. Je trouve ça aussi un peu d'autant plus dommage, […]. Donc, je trouve que c'est vraiment un des trucs essentiels pareil, de la science aussi de façon générale, donc c'est un peu dommage. Tu sais, on peut pas vraiment leur apprendre à questionner ce que tu racontes quoi parce que on leur apprend surtout des choses assez procédurales. *(Luke, Entretien 1)*

Malik abonde en ce sens et ajoute que : « Il y a plusieurs approches possibles, mais on ne leur demande pas de comprendre quelle approche est la bonne et pourquoi. Il n'y a pas de flexibilité il n'y a pas de manière d'avoir mille bonnes réponses. » Cette absence de flexibilité est également soulignée par Halle, qui remarque la difficulté de développer la pensée critique avec le matériel didactique actuel. Elle explique que les manuels restent très procéduraux et privilégient un enseignement traditionnel : « Les manuels qu'on reçoit là des maisons d'édition, tu sais, ça reste que c'est très comme c'était avant ». Cependant, elle soutient que des efforts sont en cours pour remédier à cette situation. En effet, elle observe un changement de paradigme avec la nouvelle taxonomie qui vise à intégrer des compétences telles que l'analyse, la synthèse et la pensée critique :

> Parce que tu sais comme je t'ai dit, on a changé la taxonomie, on veut que ce soit analyse et synthèse. On a rajouté comme un élément de compétence qui était la pensée critique. Donc je sais pas si ça c'est pour l'instant juste à maths ou si c'est à tous les cours. Je pense qu'ils ont une vision gouvernementale, mais on a aussi une vision à notre cégep de vouloir développer ça dans tous les cours de mathématiques. *(Halle, Entretien 1)*

Marianne partage que « c'est une des attitudes de notre plan-cadre [...] c'est super important et on a peu de manières de l'évaluer et de le développer souvent. » Marianne ajoute que c'est difficile à évaluer et à développer de manière systématique.

Marianne et Thomas jugent que le développement de la pensée critique est plus facile à intégrer au sein du cursus grâce à la statistique. Thomas résume en disant :

> C'est surtout là, je dirais peut-être dans le nouveau cours de statistique. Ils vont avoir des questions avec les tests d'hypothèse, avec l'interprétation des données,

> avec l'idée de corrélation-là qui est pas la même chose que l'idée de causalité. Donc je dirais que ça situe là, le lien avec la pensée critique. *(Thomas, Entretien 1)*

Marianne et Marc-Antoine notent qu'ils encourageant leurs étudiants à valider la réponse associée à un problème mathématique et au contexte de ce problème. Ils reconnaissent néanmoins tous les deux que c'est une forme de pensée critique de « bas niveau ».

4.2.2.3.2 Rôle des enseignants et des collègues

Halle, lorsque questionnée sur le développement de la pensée critique en mathématiques, insiste sur le rôle de l'enseignant et les difficultés en lien avec l'exercice de ce rôle. Halle souligne ici l'importance des croyances et des pratiques des enseignants dans le développement des compétences de pensée critique chez les étudiants :

> Là tu sais, [mes collègues] m'ont dit : « Comment tu peux dire ça? Les élèves sont pas proches du tout d'être capable de faire ça. » Je suis comme : « Bien tu sais si tu les amènes pas là, c'est sûr qu'ils sont pas là, si tu essaies pas, c'est sûr qu'ils vont pas être capables de résoudre des problèmes de concepts. » Malgré ces défis, je veux essayer. Par exemple, lorsqu'il y a des dérivations, là, tu sais tu peux dire dérive, dérive, ils sont capables ou ils vont faire des petites erreurs de calcul, mais c'est pas quelque chose de difficile à faire. Mais tu sais si tu poses la question à l'inverse, comme trouve moi une fonction avec certaines caractéristiques, juste des questions de concept, ils sont capables d'y arriver, à long terme. *(Halle, Entretien 1)*

Pour Halle, la pensée critique se développe lorsque les étudiants doivent réaliser des tâches où ils doivent réfléchir de manière conceptuelle, plutôt que de simplement appliquer des procédures connues. Elle insiste sur le fait que les enseignants, en privilégiant ce deuxième type de tâches peuvent encourager les élèves à réfléchir de manière critique, car elles exigent non seulement de comprendre les principes, mais aussi de les appliquer dans des contextes nouveaux. En leur donnant l'occasion de s'engager avec ces types de problèmes, elle est optimiste quant à leur capacité à penser de manière critique et autonome. En d'autres termes, Halle croit que c'est en s'exerçant sur des tâches qui sollicitent la pensée critique que les étudiants développent le potentiel

d’acquérir cette compétence, et le rôle de l’enseignant est de persister, même si cela prend du temps et que le chemin est semé d'embûches.

Bien que Malik reconnaisse également l’importance du développement de la pensée critique, il se désole, comme les collègues de Halle, du réflexe des étudiants à rechercher des réponses fournies. Il explique :

> Malheureusement, quand j’ai rencontré mes étudiants, quand ils réalisent qu’ils ont des problèmes mathématiques devant eux, ils veulent à tout prix une formule pour apprendre par cœur les méthodes. Ils veulent passer le cours et c’est tout. Il n’y a pas d’autre intérêt. Cette réaction justifie selon moi la pertinence de la pensée critique. *(Malik, Entretien 1)*

Malgré cette réalité, Malik parvient à renforcer sa vision du lien entre les mathématiques et la pensée critique. En effet, il adapte ses méthodes pédagogiques en fonction du niveau des étudiants. Il précise : « En fait, avec les étudiants forts, pas mal, je leur donne le droit de se tromper, d’essayer des choses. Avec les étudiants faibles, je leur donne la méthode et c’est tout. » Cette différenciation montre que Malik reconnaît l'importance d'adapter ses méthodes d’enseignement aux besoins et aux capacités des élèves. En permettant aux étudiants plus avancés de se tromper et d'expérimenter, il favorise chez eux le développement de la pensée critique. Cependant, en optant pour une approche plus directive avec les étudiants rencontrant des difficultés, il les prive d’occasions de penser par eux-mêmes, de les mettre aux défis et de bonifier leur perception de leurs propres compétences en mathématiques.

Halle mentionne l'importance d’avoir du matériel didactique pour promouvoir la pensée critique; elle voit que cela pourrait susciter un intérêt et une ouverture chez ses collègues : « Je pense que s’ils voyaient du matériel développé, ils seraient peut-être plus intéressés, tu sais je vois que quelqu'un a réfléchi à comment je peux amener mes élèves vers cette pensée critique.» La disponibilité de ressources peut influencer les pratiques et l'engagement des enseignants, en s’appuyant sur les interactions entre collègues et le soutien institutionnel.

Bien que Zachary soit prêt à fournir les efforts nécessaires pour que les mathématiques puissent aider au développement de la pensée critique, il note cependant que ces efforts pour promouvoir la pensée critique doivent commencer bien avant le parcours au collégial des étudiants :

> Enfin, honnêtement, ce que je changerais le plus, je pense, c'est avant le cégep, tu vois, parce que... Justement, toutes ces idées-là de preuves et de méthodes scientifiques sont pas très bien connues des étudiants, puis enfin, ça fait 12 ans qu'ils vont à l'école, puis ils connaissent pas la nécessité de prouver des... pas juste en maths, là, je veux dire en physique, comment on fait pour savoir que la gravité, c'est moins 9,81... C'est pas parce que le prof le dit pis que c'est écrit dans le livre, là, le livre pourrait se tromper. En fait, nos étudiants ne remettent jamais rien en question, jamais... Donc, il faut remplir les programmes, mais en même temps, il faut que les étudiants puissent devenir autonomes dans leur apprentissage éventuellement. Et je sais pas si on leur donne tant d'outils pour ça à travers tout leur parcours, depuis l'école primaire. *(Zachary, Entretien 1)*

Si le développement de la pensée critique est un processus continu qui doit être soutenu tout au long de la scolarité des élèves, il apparaît important de fournir des ressources pour les enseignants et de créer un environnement favorable dès le plus jeune âge pour favoriser une attitude critique et autonome chez les étudiants.

La dimension sociale du rapport à la pensée critique des enseignants se résume autour de ces trois axes :

1) Écart entre intentions et pratiques : Bien que l'importance de la pensée critique soit reconnue, les enseignants comme Emily et Luke constatent que les programmes sont surtout axés sur l'apprentissage de techniques, laissant peu de place à une réflexion critique. Les manuels et le temps limité poussent souvent à privilégier un enseignement procédural.
2) Rôle des enseignants : Les enseignants, comme Halle, jouent un rôle essentiel dans l'intégration de la pensée critique, mais se heurtent aux croyances de certains collègues et aux attentes des étudiants. Malik, par exemple, différencie son approche en fonction

des capacités des élèves, encourageant les plus avancés à expérimenter, bien que cela reste difficile pour les moins performants.

3) Nécessité de ressources et d'une formation continue : Des ressources pédagogiques adaptées et un soutien institutionnel sont identifiés comme des aspects importants pour aider les enseignants à promouvoir une réflexion critique.

4.2.2.4 Synthèse des résultats

Parmi nos participants, plusieurs se sentent limités par les programmes actuels qui mettent plutôt l'accent sur les aspects procéduraux des mathématiques, au détriment du développement d'une compréhension conceptuelle, intimement mise en relation par les enseignants avec le développement de la pensée critique. Le rapport à la pensée critique chez les enseignants, quant à lui, semble s'être développé soit lors des études supérieures en mathématiques ou à travers leurs interactions avec les étudiants. Pour ceux qui voient l'enseignement comme un moyen de former des citoyens réfléchis, le rapport à la pensée critique peut aussi s'inscrire fortement dans la dimension identitaire. Certains enseignants se sentent limités par les programmes actuels qui mettent l'accent sur les aspects procéduraux des mathématiques, au détriment du développement de la pensée critique. Nos participants ont nommé la difficulté d'évaluer la pensée critique ainsi que l'absence d'exemple, dans les manuels peu changeants, pour favoriser le lien entre les mathématiques et la pensée critique. Des remarques similaires ont également été soulevées par Peter (2012), dans le contexte éducatif africain.

<u>La dimension identitaire : Le rôle de l'enseignant dans le développement de la pensée critique</u>

Luke voit son rôle d'enseignant comme étant centré sur la formation de citoyens capables de penser de manière autonome et critique. Son identité professionnelle est fortement liée à une vision éducative où la pensée critique est un objectif central, bien qu'il se sente contraint par le programme. En revanche, Zachary adopte une approche plus ancrée dans une tradition académique plus large, où la pensée critique est vue comme un pilier non seulement en mathématiques, mais aussi dans les sciences en général.

Bien que Luke et Zachary partagent des positions similaires quant à l'importance de la pensée critique, il est intéressant de constater que leurs visions personnelles diffèrent. Luke est préoccupé par les contraintes immédiates de son environnement de travail, tandis que Zachary voit ces défis comme faisant partie d'un problème systémique plus vaste. Les enseignants qui valorisent la pensée critique comme un aspect central de leur identité professionnelle tendent à l'intégrer plus naturellement dans leur vision épistémique des mathématiques. C'est le cas, par exemple, de Malik, de Luke, de Zachary et de Halle qui voient la pensée critique comme une compétence essentielle au déploiement du raisonnement mathématique.

Si les mathématiques sont vues par plusieurs comme un domaine pour exercer et développer la pensée critique, cette opinion est variable. Par exemple, Marc-Antoine semble peu convaincu de la contribution des mathématiques à la pensée critique. Halle et Malik soulignent que les pratiques traditionnelles, souvent renforcées par les manuels scolaires, maintiennent une tradition difficile à changer sans des ressources didactiques adaptées à une nouvelle approche qui valorise la pensée critique. Cela peut expliquer pourquoi, même si certains enseignants souhaitent encourager la pensée critique, les contraintes sociales et institutionnelles les poussent à privilégier des méthodes plus conventionnelles. Cela montre que l'identité professionnelle des enseignants, influencée par le contexte institutionnel, peut prendre le dessus sur leurs convictions personnelles.

La dimension sociale : Interactions avec les étudiants, les collègues et l'institution

Il est intéressant de constater la singularité du rapport à la pensée critique chez Marianne. En effet, alors que pour certains la pensée critique est intrinsèquement liée (ou aucunement liée) à leur identité professionnelle en tant qu'enseignants de mathématiques, elle choisit d'intégrer la pensée critique sous une dimension sociale plutôt qu'épistémique en raison de sa conception personnelle, où cette compétence est vue comme essentielle pour former des citoyens capables d'analyser les informations de la vie quotidienne. Sa difficulté à lier la pensée critique aux mathématiques peut être influencée par une formation académique axée sur des mathématiques fondamentales, où le respect de la logique dans ce domaine lui paraît surtout de remplacer le recours à la pensée critique... De plus, avec un cadre institutionnel qui, selon plusieurs, limite l'intégration de la pensée

critique dans les mathématiques, cela semble la pousser à adopter une approche plus sociale en concentrant ses efforts là où elle perçoit un impact immédiat sur ses étudiants.

L'environnement de travail, l'institution et l'adaptation des méthodes d'enseignement en fonction des capacités des étudiants montrent comment les pratiques sociales et institutionnelles peuvent faciliter ou entraver le développement de la pensée critique. Par exemple, Malik adapte son approche selon les capacités des étudiants, ce qui peut parfois restreindre le développement de la pensée critique chez les étudiants plus faibles, tandis que Halle insiste sur l'importance de la résolution de problèmes conceptuels malgré les réticences de certains collègues. La dimension sociale met aussi en évidence les interactions entre les enseignants, les étudiants et l'institution. Par exemple, Luke et Zachary expriment une déception face à la difficulté d'intégrer la pensée critique dans un cadre institutionnel qui valorise les aspects procéduraux des mathématiques, ce qui illustre cette lutte entre leur vision personnelle (identitaire) et les exigences institutionnelles.

4.2.3 Rapport à la modélisation

4.2.3.1 Dimension identitaire

La modélisation mathématique est perçue et abordée différemment selon les expériences et les intérêts personnels des individus. Cette section explore en particulier le rapport identitaire de Malik, Thomas, Marianne, Marc-Antoine, Halle et Zachary[11]. Leurs témoignages offrent un aperçu de l'évolution de leur relation avec la modélisation mathématique, allant de l'apprentissage universitaire à l'application pratique et à la curiosité personnelle.

Malik est le seul des participants ayant suivi des cours de modélisation lors de ses études universitaires. Il exprime que son approche de la modélisation mathématique a évolué au fil du temps, notamment grâce à son expérience universitaire. Il admet qu'auparavant, il abordait la modélisation de manière plutôt aléatoire. Cependant, les cours universitaires ont clarifié pour lui les « stratégies de modélisation ». Comme il le dit : « Quand je le voyais dans les cours universitaires, dans le cours en première année, c'est devenu clair. Il existe un peu des stratégies de modélisation mathématique, avant j'y allais un peu au hasard. Tu lis le texte, tu comprends le texte et tu vois comment ça pourrait marcher. » Cela montre l'évolution de sa vision vers une compréhension plus structurée et méthodique de la modélisation mathématique.

Thomas trouve la modélisation mathématique intéressante, même si ce n'est pas ce qui l'interpelle au départ en mathématiques. Il rapporte un cas spécifique d'expérience concrète de la modélisation où il a dû créer une simulation et analyser statistiquement un jeu de hasard de Loto Québec pour une firme d'avocats: « J'ai fait un rapport d'experts en tant que mathématicien sur un jeu de hasard. Il a fallu que je fasse la simulation, il a fallu que je fasse des analyses sur leur jeu. Et donc j'en ai fait aussi. C'était amusant pour ça, mais c'est pas mon penchant naturel. » Il ajoute

[11] L'absence des enseignants Emily et Luke dans l'analyse est lié à la saturation de données en lien avec leur rapport à la modélisation. Leurs propos en lien avec ce rapport spécifique seront présentés plus tard.

une remarque intéressante : « Quand j'étais en début vingtaine, désolé, mais j'étais en mode fondamental. Puis je me pensais très bon, puis je regardais un peu ça de haut. » Bien qu'il ne considère pas la modélisation comme son domaine de prédilection, il reconnaît son intérêt et son utilité et il peut apprécier l'aspect stimulant de tels projets. Cela reflète une évolution dans son appréciation des différentes branches des mathématiques et une ouverture à des applications pratiques malgré ses préférences académiques initiales. Marianne a également eu « des préjugés » envers la modélisation mathématique lors de ses études. Elle avoue avoir manqué des occasions d'apprentissage. Elle admet avoir un côté *geek* et aime aujourd'hui se lancer dans des bulles de modélisation dans la vie quotidienne. Elle envisage de partager ces exemples avec des étudiants, notamment en calcul intégral. Marc-Antoine reconnaît que sa plus grande faiblesse à l'université a été de ne pas faire assez de modélisation. Il est d'avis que les cours, lorsqu'il était question d'applications, se concentraient sur l'étude de modèles existants plutôt que sur le développement de modèles à partir de problématiques réelles. Il convient de souligner que la modélisation dépasse le cadre d'une simple application. Cependant, Marc-Antoine reconnaît que sa formation universitaire semblait axée sur la modélisation comme une application strictement mathématique, sans explorer pleinement son potentiel en tant qu'approche d'enseignement capable de développer des compétences analytiques à partir de situations concrètes.

Halle aborde la modélisation mathématique avec une certaine distance et un désir d'en savoir plus. Elle regrette de ne pas avoir eu de formation spécifique en modélisation:

> On est vraiment jaloux des cours de modélisation, parce que moi, il y avait pas ça du tout là, quand j'étais à l'université. Puis c'est vraiment des cours comme nous on veut faire un peu au cégep. C'est difficile, mais on veut le faire, donc ça je dirais c'était comme quelque chose qui me manquait. Tu sais, moi j'aimerais avoir fait un cours là-dedans. Pour moi ça reste comme quelque chose d'idéaliste. *(Halle, Entretien 1)*

Ce déficit de formation formelle conduit à percevoir la modélisation mathématique dans une sphère conceptuelle plutôt que comme une pratique concrète. Il est important de souligner que certains participants, comme Halle, adoptent une attitude réflexive sur leurs propres compétences. Ici, elle reconnait son manque de compétences en modélisation. Elle pose un regard humble envers

son expertise et les limites de celles-ci. Marc-Antoine partage cette observation et souligne que l'enseignement lui a fait réaliser à quel point l'aspect pratique des mathématiques est essentiel pour susciter l'intérêt des étudiants. Zachary n'a pas eu de cours de modélisation lors de ses études universitaires. Il a plutôt un parcours académique dominé par les mathématiques théoriques et abstraites. Il indique clairement qu'il n'a pas fait de mathématiques appliquées pendant ses études, ce qui a façonné sa compréhension et son approche de la modélisation. Son bagage théorique le pousse à voir la modélisation principalement comme un moyen d'appliquer des concepts abstraits à des situations pratiques, plutôt que comme une activité intrinsèque à la pratique mathématique. Zachary montre un cheminement personnel vers des applications plus concrètes comme la science des données et la biologie. Il explique qu'il a commencé à intégrer davantage de programmation et d'analyse de données dans son travail, malgré les difficultés qu'il rencontre.

> J'en fais par moi-même. J'en ai pas fait dans mes études du tout. Ouais, non, j'en ai vraiment pas fait parce que c'était des maths super abstraites. Mais comme plus récemment, j'ai recommencé à coder un peu plus là en Python et tout, Data Science, tout ça. Ça m'intéresse un peu, mais j'en fais pas beaucoup. C'est plus un petit projet comme ça, des choses que j'apprends par moi-même. Dans les projets que je donne aux étudiants, il y a un peu plus de code à faire que dans mon domaine très théorique. Donc, j'essaie de changer un peu de domaine. Il y a des intersections avec le domaine que j'ai appris qui sont dans ce qu'on appelle l'analyse des données topologiques. C'est vraiment un truc, c'est assez théorique. Ce n'est pas si appliqué, mais au moins, les données, c'est très appliqué d'une certaine façon. Donc, Et il y a au moins de la biologie. C'est appliqué à l'étude des protéines, mais j'essaie d'apprendre ça, mais j'ai un peu de difficultés. Je suis un peu seul et je n'ai pas du tout l'expertise là-dedans. Donc, c'est quelque chose que j'aimerais développer plus, mais c'est un processus un peu lent et compliqué avec les cours et tout. *(Zachary, Entretien 1)*

En mentionnant l'analyse des données topologiques comme une intersection entre ses connaissances théoriques et les nouvelles compétences qu'il souhaite acquérir, Zachary semble souvent se rattacher à son domaine théorique pour en confirmer la pertinence face aux applications concrètes qu'il explore. Par exemple, il mentionne l'analyse des données topologiques comme une intersection entre ses connaissances théoriques et les nouvelles compétences qu'il souhaite acquérir. Cette tendance à se rattacher à des concepts théoriques pour les aligner avec des

applications concrètes illustre à la fois une tension et ses efforts pour concilier son identité théorique avec le souhait d'effectuer des applications pratiques. Cette réflexion est aussi un reflet d'un conflit identitaire et épistémique. D'un côté, Zachary se voit comme un expert fort « de son bagage très théorique ». De l'autre, il reconnaît l'importance et l'utilité des applications pratiques et tente de les intégrer dans son travail et son enseignement. Cette dualité crée une tension interne où il essaie de réconcilier son identité de théoricien avec son besoin d'acquérir et d'enseigner des compétences pratiques.

La dimension identitaire du rapport à la modélisation des enseignants se résume à travers ces trois axes:

1) Évolution de la perception et des compétences : Malik, ayant suivi des cours de modélisation, a vu sa compréhension évoluer vers une approche plus structurée et méthodique, grâce à son expérience universitaire. Thomas et Marianne, malgré leurs préférences théoriques initiales, ont découvert l'intérêt pratique de la modélisation et s'ouvrent aujourd'hui à l'appliquer dans leurs enseignements.
2) Déficit de formation en modélisation : Plusieurs enseignants, dont Halle et Marc-Antoine, regrettent l'absence de formation spécifique en modélisation dans leur cursus. Halle, par exemple, perçoit cette compétence comme un idéal à atteindre, et Marc-Antoine note que son parcours était centré sur l'étude de modèles existants plutôt que sur la création de nouveaux modèles.
3) Tension entre théorie et pratique : Zachary incarne la dualité entre mathématiques théoriques et applications pratiques. Bien qu'issu d'un parcours théorique, il cherche à intégrer des compétences pratiques comme la science des données, tout en se heurtant à des défis d'apprentissage et de positionnement identitaire.

4.2.3.2 Dimension épistémique

Les réponses des enseignants concernant ce que signifie la modélisation mathématique sont plutôt variées. Un élément notable est que, pour certains participants, la distinction entre «

application » et « modélisation » n'est pas toujours claire. Certains voient la modélisation comme une compétence essentielle pour réussir en mathématiques, mettant en avant son importance pratique pour traduire des situations réelles en équations mathématiques. D'autres considèrent la modélisation comme un domaine des mathématiques à part entière, où la capacité à critiquer et comparer des modèles est un aspect central. Il y a aussi ceux qui se concentrent sur l'aspect motivationnel et culturel de la modélisation, soulignant son rôle dans le lien entre les mathématiques et les applications concrètes, ce qui peut aider à motiver les étudiants.

Par exemple, Malik déclare :

> La modélisation, c'est souvent essayer de traduire une situation pour concorder à la théorie mathématique. Ça permet de voir qu'il y a plusieurs problèmes qui tombent sur le même type d'équation. La modélisation permet de trouver les structures similaires. *(Malik, Entretien 1)*

Malik y voit même un lien entre la performance en mathématiques et celle en modélisation mathématique : « Je pense qu'être vraiment bon en modélisation c'est une clé pour la réussite en mathématiques. »

Halle voit plutôt la modélisation comme un domaine des mathématiques en soi :

> On dirait moi, j'appellerais même ça un domaine des maths là, la modélisation d'être capable de faire ça, de pouvoir critiquer un modèle? C'est ça aussi qui est intéressant de la modélisation : c'est pas juste le faire, mais pouvoir critiquer le modèle, pouvoir comparer des modèles. *(Halle, Entretien 1)*

Emily, quant à elle, met l'accent sur l'aspect motivationnel et culturel de la modélisation :

> Je pense qu'il y a un aspect de motivation dans la modélisation qu'il y? a un aspect de culture aussi parce que ça se peut que t'aies oublié un moment donné les mathématiques sous-adjacentes. Par exemple, les GPS peuvent marcher avec telle branche des maths, là tu sais t'as quand même cette idée-là. *(Emily, Entretien 1)*

Dans le cas, d'Emily, elle souligne le potentiel de la modélisation pour ancrer les mathématiques dans des contextes concrets pour les étudiants, reconnaissant que ce lien est différent de celui qu'on établit avec une simple application de concepts. Enfin, il apparaît que la

compréhension du concept de modélisation varie, certains y voyant une extension de l'application mathématique alors que d'autres la considèrent comme une approche d'enseignement et un concept distinct. Clarifier cette distinction au sein des enseignants pourrait enrichir les discussions sur l'intégration de la modélisation dans le curriculum, car cette compréhension impacte le potentiel d'intégration de la modélisation comme approche d'enseignement à part entière, car elle est parfois non reconnue, lorsque ramenée à une simple application.

Néanmoins, les différents sens qu'accordent les enseignants à la modélisation en révèlent leur appréciation non seulement comme un moyen pour enseigner des concepts mathématiques, mais aussi comme un domaine des mathématiques, et un moyen d'inspirer et de motiver les élèves en reliant les mathématiques à des applications concrètes, voire, culturelles. Les enseignants reconnaissent également l'importance de pouvoir critiquer et comparer les modèles, évoquant ainsi un apport des mathématiques et de la modélisation pour développer une vision critique et analytique.

Lorsque questionnés sur le rapport à la modélisation, Luke, Malik et Zachary se sont démarqués dans leur rapport. Luke adopte une approche intégrative vis-à-vis la modélisation. La voyant comme une pratique concrète et à part entière. Malik, en revanche, met en avant la modélisation comme une compétence essentielle pour réussir en mathématiques, soulignant son importance pratique. Quant à Zachary, son rapport épistémique à la modélisation s'entrecroise avec des tensions identitaires.

La modélisation comme activité mathématique

Luke voit la modélisation et les mathématiques pures comme des activités similaires en termes de raisonnement et de questionnement. Il ne distingue pas clairement entre les deux, ce qui pourrait témoigner d'une vision intégrative et flexible de la connaissance mathématique.

> Il y a l'activité de modéliser oui, et ça te permet de te poser des questions et tout. Mais si tu fais même des maths pures, en fait pour moi c'est la même chose. Là c'est vraiment le même genre de c'est vraiment le même genre de raisonnement,

> même si c'est le sujet est pas forcément le même donc. Tu sais, je vois pas vraiment de différence entre les 2 pour être franc. *(Luke, Entretien 1)*

En d'autres termes, Luke perçoit les mathématiques comme une activité unique, centrée sur la modélisation et le questionnement, indépendamment de l'application pratique immédiate des concepts étudiés.

En revanche, Malik voit la capacité à modéliser comme « une clé pour réussir en mathématiques ». Ici, il convient de distinguer entre la modélisation comme simple application d'une théorie mathématique et la modélisation en tant qu'approche d'enseignement. Cette distinction est parfois floue pour les participants qui tendent à utiliser les termes «application» et «modélisation» de manière interchangeable.

Pour Malik, réussir en mathématiques signifie être capable autant de repérer des idées mathématiques similaires entre différentes notions que de transposer une idée mathématique enseignée à un contexte différent de celui dans lequel elle a été initialement apprise. Son point de vue met en avant l'importance de la modélisation en tant qu'application des connaissances théoriques dans des contextes réels. Être compétent en modélisation permet de reconnaître et d'appliquer des concepts mathématiques, tels que les équations différentielles ou les opérations matricielles, dans de nouveaux contextes sans nécessiter de réapprentissage de « formules » spécifiques à chaque situation. Cette compétence facilite la transposition des idées mathématiques d'un contexte d'apprentissage à des applications pratiques variées, renforçant ainsi la capacité à utiliser les connaissances théoriques pour résoudre des problèmes réels. En ce sens, la modélisation est une clé pour réussir en mathématiques, car elle permet de voir des similitudes autant entre différentes notions qu'entre des contextes où elles sont applicables.

4.2.3.2.1 La place à accorder dans le curriculum mathématique

Zachary souligne la difficulté d'appliquer des concepts mathématiques avancés sans une base solide, mettant en lumière le besoin d'une réflexion didactique pour transmettre ce savoir de manière progressive. Ses propos permettent d'illustrer l'importance du sentiment de compétence,

tout en admettant que le manque d'expertise dans certains domaines, comme l'économie, rend la présentation d'exemples pertinents plus difficile. Il évoque aussi le dilemme entre enseigner des bases nécessaires et rendre ces concepts attrayants et pertinents pour les étudiants à travers les applications et la modélisation.

> Oui, ça prend des bonnes applications. Tu sais, il y a un cours de calcul où on fait essentiellement tout le calcul. Puis là, il y a un petit peu d'application de calcul à l'économie. On parle pas beaucoup d'économie. En même temps, on n'est pas des économistes. On n'est pas formés là-dedans. Donc, c'est plus difficile de faire des... Comment je te dirais ça? Enfin, ce qui est vraiment dur, c'est que les applications intéressantes de toutes ces choses-là sont beaucoup plus avancées que le bagage des étudiants. Donc, ils doivent avoir la base. Donc, on est un peu déchiré là où on veut vendre le truc. Il faut trouver des exemples intéressants. Mais les vrais exemples intéressants, même en sciences humaines, les maths ne sont pas faciles. Bon, après, en économie, des fois, on intersecte des droites. *(Zachary, Entretien 1)*

L'intégration de la modélisation mathématique dans le curriculum présente plusieurs défis. Un aspect clé à considérer dans l'intégration de la modélisation dans le curriculum est de reconnaître qu'elle ne se limite pas à un ensemble d'applications mathématiques, comme l'ont nommé certains participants. Elle peut aussi être une approche d'enseignement qui aide à développer à la fois des compétences pratiques et une réflexion critique sur les modèles mathématiques. Cela implique une clarification des différences entre « application » et « modélisation » dans le cadre des apprentissages tant chez les enseignants que les étudiants.

Plusieurs enseignants trouvent qu'il est nécessaire de rendre les concepts théoriques accessibles et pertinents pour les étudiants. Comme Zachary le souligne, il y a une tension entre enseigner les bases nécessaires et rendre ces concepts attrayants et pertinents, notamment, à travers des applications concrètes. Les applications intéressantes et pertinentes sont souvent plus avancées que le niveau de compréhension des étudiants. Il nous semble pertinent de constater qu'une initiation aux systèmes complexes, pourrait être un moyen de contextualiser les mathématiques de manière concrète; mais l'étude de systèmes complexes repose souvent sur l'interdisciplinarité. L'opérationnalisation d'un tel enseignement demeure un défi touchant plutôt la dimension sociale. En effet, s'il est important de reconnaître les limites des enseignants à aborder des notions

provenant d'autres disciplines, il devient également important de soutenir les enseignants à collaborer avec des experts d'autres disciplines pour développer des cours et des projets intégrant de façon pertinente et adéquate les savoirs et pratiques des différentes disciplines.

Emily souligne l'importance de la modélisation pour motiver les étudiants, particulièrement ceux qui ne sont pas convaincus par la simple beauté ou cohérence du système mathématique. Cela touche directement à la dimension épistémique, car elle remet en question le statut du savoir et cherche à rendre les connaissances plus pertinentes et utiles pour les étudiants.

> C'est-à-dire que la modélisation... Ben je pense qu'elle fait plusieurs choses. La première justement pour les étudiants pour lesquels la beauté du système, la cohérence du système n'est pas suffisante. Tu sais justement ces étudiants qui se demandent « Ben à quoi ça sert ce qu'on fait en ce moment? » Je pense qu'il y a un aspect de motivation dans la modélisation qu'il y a un aspect de culture aussi parce que ça se peut que t'aies oublié un moment donné les mathématiques sous-jacentes. *(Emily, Entretien 1)*

Sans s'identifier a priori à la modélisation, Emily a cherché à intégrer dans son enseignement ce volet de la pratique mathématique. Les pratiques et réflexions d'Emily renvoient à la contextualisation du savoir, à la motivation par la modélisation, à la diversité des approches d'enseignement, et à l'apprentissage pratique et expérientiel.

> C'est sûr que j'en fais. J'en ai mis plus en calcul avec mes collègues, on s'est mis à faire plus de modèles, de problèmes de modélisation, d'exemples. On fait de petits labo, c'est vraiment pas forçant. C'est vraiment l'idée d'appliquer, de faire des applications. Je dirais que les problèmes sont assez simples. Tu sais, ils ont pas tant que ça à modéliser. Ça donne un genre d'ancrage, aussi. Puis ça varie aussi parce qu'il y a des gens qui sont plus à l'aise dans le concret. Ça fait juste varier aussi les choses. *(Emily, Entretien 1)*

Emily propose humblement qu'en faisant utiliser des concepts abstraits dans des situations réelles, même simplifiées, on fournit un ancrage concret au savoir. La modélisation est ici vue comme un moyen de favoriser, voire, faciliter les apprentissages mathématiques.

> Des petits problèmes avec des chaînes de Markov, là mettons, des matrices de transition. En faisant ça, il y en a qui vont se dire : « Ah mais ça marche pas là je

> suis pas capable de multiplier mes 2 matrices. ». Et peut-être que s'ils n'avaient pas fait ça, ils ne seraient pas rendu compte que l'ordre de tes matrices, c'est important. En fait, c'est bien accessoire dans tout le problème, mais ils l'ont réalisé là. *(Emily, Entretien 1)*

L'exemple donné par Emily suggère qu'une prise de conscience par l'expérience pratique peut consolider ou même compléter les apprentissages faits sur le plan théorique.

Plutôt que de chercher à renforcer par des applications les bases des mathématiques chez les étudiants, Zachary remet en question la valeur des modèles utilisés et utilisables dans les cours de mathématiques :

> C'est le problème des maths appliquées quand les étudiants n'ont pas beaucoup de bagage, c'est que les problèmes ne sont absolument pas si réalistes que ça, en fait. Complètement inventés, on doit faire plein d'hypothèses restrictives. Finalement, ça devient plus si appliqué que ça, tu vois. On prétend que c'est...Tu sais, un modèle Prédateur-Proie, c'est un système dynamique discret, ils n'ont pas de niveau pour faire ça du tout. Donc on doit vraiment le rendre tellement simple que oui, il va en rester des choses, mais est-ce que ce ne serait pas juste mieux de développer les bases des maths pour qu'éventuellement ceux qui vont aller en dynamique des populations auront ce qu'il faut pour vraiment le faire comme il faut ? Je suis toujours un peu déchiré avec ces choses-là, donc les applications, c'est bien, en théorie, mais en pratique, c'est extrêmement difficile. *(Zachary, Entretien 1)*

Zachary réfléchit ainsi au statut et à la nature du savoir mathématique lorsqu'il est considéré « appliqué », ainsi que sur les modifications qu'on doit apporter aux situations réelles pour que les étudiants puissent y appliquer les connaissances qu'ils viennent d'acquérir. Cette réflexion est pertinente car elle touche à une tension clé entre « application » et « modélisation » dans le cadre de l'enseignement des mathématiques. Comme mentionné plus tôt, pour certains, ces deux termes semblent parfois utilisés de manière interchangeable, alors qu'en réalité, la modélisation implique souvent une approche plus large et méthodologique qui va au-delà de la simple application de concepts mathématiques à des situations données.

Halle croit qu'une place faite à la modélisation permettrait aux étudiants en sciences de la santé de réinvestir une plus grande part de leurs apprentissages faits en mathématiques au collégial :

> Je dirais par exemple ceux qui vont en sciences santé, c'est beaucoup plus prob et stat. C'est stats qu'ils réinvestissent. [...] Moins calcul diff, calcul intégral, algèbre linéaire, les concepts, ils les utilisent moins. C'est pour ça que si on faisait plus de modélisation, je trouve que même ceux qui vont en santé probablement réinvestiraient plus. Puis quand ils lisent un article, s'il y a de la modélisation comme avec les épidémies, ils comprendraient mieux. *(Halle, Entretien 1)*

Il est intéressant de noter que la distinction entre « application » et « modélisation » ne semble pas toujours claire pour les participants. Ces deux termes sont utilisés de manière interchangeable. Cette confusion met en lumière la nécessité de définir clairement la modélisation auprès des enseignants. En effet, certains perçoivent la modélisation comme un simple moyen de contextualiser les apprentissages mathématiques, plutôt que comme une véritable approche d'enseignement où les étudiants peuvent découvrir et comprendre de nouveaux concepts. Notons qu'en didactique des mathématiques, comme le rapportait Caron (2018), la modélisation mathématique peut être considérée comme une forme de résolution de problèmes, une compétence qui est bien présente dans les devis ministériels.

La dimension épistémique du rapport à la modélisation des enseignants se résume à ces deux axes :

1) Distinction floue entre application et modélisation : Par exemple, Luke adopte une approche où il ne différencie pas nettement la modélisation des mathématiques pures, les percevant comme des activités complémentaires dans le raisonnement et le questionnement. À l'inverse, Zachary, issu d'un parcours théorique, exprime des tensions en tentant d'intégrer la modélisation dans son enseignement, soulignant les défis de simplification nécessaire pour adapter des concepts mathématiques avancés au niveau des étudiants.
2) Enjeu d'intégration dans le curriculum : Les enseignants discutent de la place de la modélisation dans le curriculum, notant qu'elle pourrait faciliter le transfert de connaissances mathématiques vers des applications concrètes, particulièrement pour des étudiants en sciences appliquées. Cependant, les applications réalistes étant souvent complexes, des efforts collaboratifs entre disciplines sont nécessaires pour offrir des projets pertinents.

4.2.3.3 Dimension sociale

Dans le rapport à la modélisation, les potentialités et les défis perçus et rapportés sont souvent associés aux réformes curriculaires, aux méthodes d'enseignement, à l'existence (ou non) d'équipes interdisciplinaires, ainsi qu'aux ressources didactiques et au temps. Bien que nos huit participants aient tous affirmé que l'intégration de la modélisation mathématique aurait plusieurs avantages quant à l'intérêt que leurs étudiants portent à l'enseignement des mathématiques, ils considèrent que les défis se retrouvent principalement dans les cadres entourant cette relation.

4.2.3.3.1 Changements curriculaires et institutionnels

Dans le cadre du rapport à la modélisation, la relation qu'entretiennent les enseignants avec les structures institutionnelles telles que les devis ministériels, les plans-cadres et le cégep où ils enseignent, jouent un rôle déterminant. Il apparaît que ce rapport est mitigé parmi les enseignants, certains étant critiques, tandis que d'autres voient des opportunités dans les nouvelles orientations institutionnelles.

Comme mentionné plus tôt, dès l'automne 2024, un nouveau programme de Sciences de la Nature sera en vigueur dans tous les cégeps du Québec. Ainsi, les changements au sein du devis ministériel ont souvent été au cœur des échanges. Halle remarque : « Dans le devis ministériel, on veut comme augmenter un peu la taxonomie, […] Ils veulent que les élèves soient plus capables d'interpréter, d'analyser, de faire une synthèse des concepts […]. » Cette évolution vers une taxonomie plus riche montre, selon Halle, une volonté institutionnelle de favoriser des compétences analytiques et interprétatives, des compétences qui sont au cœur de la pratique de modélisation. Marianne exprime également une certaine satisfaction par rapport aux nouvelles orientations : « J'aime bien que dans le nouveau devis ministériel, il y ait une section un peu plus « lousse » qui est application de l'algèbre linéaire dans des problèmes de sciences, ça, j'apprécie beaucoup. » Cela montre que certains enseignants apprécient des nouveaux programmes leur potentiel d'application pratique. Malik souligne également ce changement d'orientation : « Le nouveau programme veut le rendre plus appliqué. »

Cependant, Luke apporte une nuance importante et établit un lien pertinent entre l'institution et les ressources didactiques :

> C'est parce que c'est ça qui est fait dans les livres, c'est ça qui est fait partout. Et en fait, c'est pour ça que ces programmes ne sont pas très précis. Je pense que dans ces programmes-là, tu sais il y a énormément de sous-entendus et de non-dits qui sont derrière et c'est pour ça que s'ils changent un mot, ça va pas forcément changer grand-chose. *(Luke, Entretien 1)*

Luke met en lumière le décalage entre les intentions des programmes et leur mise en œuvre réelle, soulignant les défis de la modélisation dans l'enseignement des mathématiques. Marianne va en ce sens et soupçonne que l'interprétation de ces changements taxonomiques sera un enjeu :

> De quelle manière ça va être interprété, ça va être digéré? Je le sais pas, mais il y a plus de place d'applications puis ça je trouve ça - on n'est plus dans nos silos là! Oui, est-ce que nos profs vont changer leurs notes de cours pour autant ? À suivre! *(Luke, Entretien 1)*

Malik émet une remarque entrecoupant les dimensions épistémique et sociale. Il remet en question la pertinence du savoir codifié dans les programmes qui seront éminemment remplacés. Selon lui, ces programmes semblent privilégier les mathématiques pures. Il considère que ces programmes devraient plutôt se concentrer sur les mathématiques appliquées, en établissant des liens directs avec les disciplines étudiées par les étudiants. Il croit que les étudiants seraient mieux servis avec des cours de mathématiques appliquées où les liens entre les mathématiques et ces autres disciplines seraient enseignés et abordés en classe. Malik trouve qu'il y avait un aspect peu clair de l'ancien programme de mathématiques : « Est-ce un cours de maths ou de sciences ? Un cours de maths pures ou appliquées ? Le cours de maths en sciences de la nature et sciences humaines doit être vu comme un cours dans le programme et non comme un cours de mathématiques pures. » Cette perspective reflète une vision épistémique et sociale où le savoir à enseigner n'est pas figé mais évolutif et adaptable, selon les caractéristiques des contextes et les besoins des apprenants.

4.2.3.3.2 Possibilité d'intégration dans les cours

Les enseignants voient des opportunités d'intégration de la modélisation mathématique tant dans les cours individuels qu'à travers des projets réalisés dans le cadre des épreuves synthèses de programme. Ces opportunités varient selon les contextes d'enseignement et les disciplines, mais elles partagent un objectif commun d'enrichir l'apprentissage par des applications pratiques et interdisciplinaires (dimension épistémique), tout en faisant face à des défis organisationnels et politiques (dimension sociale). Les défis en lien avec l'intégration de la modélisation mathématique au sein du curriculum sont illustrés par le chevauchement entre les dimensions épistémique et sociale. L'intégration de la modélisation mathématique dans les programmes éducatifs dépend non seulement des perceptions et croyances individuelles des enseignants, mais aussi des interactions sociales et institutionnelles qui définissent et parfois limitent ces initiatives. Ce chevauchement entre les dimensions épistémique et sociale se manifeste de manière éloquente dans les expériences des enseignants participants. Marc-Antoine, Halle, Emily et Malik voient le cours de calcul avancé (Calcul 3) comme une opportunité pour intégrer de la modélisation mathématique, car le devis ministériel leur donne une carte blanche sur ce cours. Thomas, Marc-Antoine et Halle qui voient aussi les épreuves synthèses de programmes comme une occasion d'enseigner le processus de modélisation et de modéliser. Cependant, Luke et Zachary, malgré leurs perspectives identitaires et épistémiques différentes, choisissent de ne pas enseigner la modélisation mathématique pour des raisons similaires : ils estiment qu'à moins d'utiliser un contexte simpliste, c'est trop complexe pour des étudiants au collégial.

Marc-Antoine décrit une approche intégrée en Calcul 3, touchant à trois domaines différents des mathématiques: calcul différentiel et intégral, algèbre linéaire, et équations différentielles. Cela permet d'établir de nombreux liens avec des applications pratiques :

> En Calcul 3, c'est un peu comme ça aussi qu'on avait décidé de bâtir le cours. Donc on a fait un cours qui, au lieu d'aller sur un seul sujet, touche à 3 domaines : la première partie qui est la suite de calcul différentiel et intégral, donc on voit dérivées directionnelles, gradient. Après ça, je suis dans les intégrales doubles présentement, puis la 2e partie, on s'en va dans de l'algèbre, les applications et la

> diagonalisation. Ce qui est fun, c'est qu'encore une fois là-dedans, il y a quand même beaucoup d'applications directes, puis on termine avec les équations différentielles qui nous permettent de faire énormément de liens avec la physique et même la bio avec la dynamique de population. *(Marc-Antoine, Entretien 1)*

Tout comme Marc-Antoine, Malik suggère « une vraie section de modélisation mathématique pour enseigner les processus[12] [de modélisation] » dans le cours de calcul avancé, en utilisant les équations différentielles.

Toutefois, l'intégration de la modélisation mathématique, particulièrement dans le cadre du calcul différentiel, représente un défi qui va au-delà de la simple réorganisation du contenu des cours. Marianne reconnaît l'importance de cette approche pour résoudre des problèmes scientifiques complexes, mais souligne que sa mise en œuvre dépendra largement des interprétations et décisions des départements académiques. Dans un contexte idéal, cette modélisation aurait toute sa place pour enrichir les cours, mais dans la réalité des institutions, elle craint que l'enseignement ne se limite souvent à des exercices techniques, comme la factorisation de polynômes, au lieu de se concentrer sur des applications plus pertinentes et signifiantes.

Outre les cours de calcul, les épreuves synthèse de programme (ESP, aussi appelées *projets*) peuvent offrir une opportunité d'initier les étudiants à la modélisation; mais ce n'est pas toujours le cas. Ainsi, Luke nous confie qu'à son collège, le département de mathématiques ne participe pas à l'élaboration des épreuves synthèses de programme. Une telle exclusion du département de mathématiques n'est pas un fait unique. Jusqu'à tout récemment, c'était le cas au cégep de Halle également, mais cela est appelé à changer avec leur implémentation du nouveau programme :

> Pour nous, qu'est ce qui va être nouveau? Dans le cours de projet de sciences de la nature, on va finalement avoir un groupe de maths dans le nouveau programme, donc c'est là qu'on va pouvoir faire plus de modélisation. Ça, je suis contente. Ça

[12] Malik se réfère aux phases de modélisation lorsqu'il parle de processus.

> va nous laisser plus de temps pour faire ça avec des élèves qui sont intéressés à ça aussi. *(Halle, Entretien 1)*

Ce changement n'a pas été facile. Les défis rencontrés se situent à deux niveaux : avec les collègues des autres disciplines et avec les collègues de mathématiques :

> Tout le département des sciences de la nature a eu peur un peu, que les élèves ne fassent pas autant de travail dans le cours de maths que dans un cours de sciences où ils vont devoir faire 6 semaines d'expérience, où ils vont devoir monter un protocole. Je suis comme : « Bien tu sais en maths on va pas leur demander de faire une recherche, là il va falloir modéliser, il va falloir monter un problème, il va falloir apprendre un logiciel. » *(Halle, Entretien 1)*

Les enseignants des disciplines non-mathématiques, ne perçoivent pas le cours de mathématiques comme étant aussi exigeant que leurs propres cours. Ils s'inquiètent que les élèves considèrent les projets de modélisation en mathématiques comme moins rigoureux ou moins complexes que les expériences scientifiques. À cette résistance s'ajoute celle des collègues de Halle qui enseignent les mathématiques. Elle nous révèle que plusieurs d'entre eux ne se sentent pas prêts à enseigner la modélisation dans ce nouveau cours:

> J'ai des collègues qui me disent : « J'ai peur d'enseigner ce cours-là, comme j'ai pas fait de la modélisation ». Tu sais, c'est pas tout le monde qui a une maîtrise [en mathématiques] dans notre département. Donc on est comme peut-être 2, 3 profs qui se disent non, « ça serait intéressant de l'avoir », puis on verra une fois qu'on l'enseigne, ce qu'on peut faire. *(Halle, Entretien 1)*

Certains n'ont ni formation ni même base en modélisation mathématiques, ce qui affecte leur confiance à pouvoir offrir un enseignement de qualité. La maîtrise des logiciels de modélisation et l'élaboration de problèmes complexes demandent des compétences spécifiques que tous ne possèdent pas ou n'ont pas encore développées.

En revanche, la modélisation mathématique n'est pas un sujet de controverse ou de passion parmi les collègues de Thomas. Cette absence de débat pourrait suggérer que le sujet est considéré comme secondaire ou neutre, ou qu'il n'a pas encore été suffisamment mis de l'avant pour susciter des opinions tranchées.

> Ils seraient pas fermés à faire un projet comme ça de modélisation, mais faut que ça serve la matière. Faut que qu'on passe la matière. C'est sûr qu'il y a de l'inertie pour d'essayer de nouvelles choses, mais a priori je ne pense pas que ça soit vu d'un mauvais œil. *(Thomas, Entretien 1)*

La modélisation mathématique serait donc envisageable tant qu'elle ne compromet pas l'atteinte des objectifs et des standards. Cela souligne une tension potentielle entre l'introduction de nouvelles notions ou de nouveaux éléments de compétences et le respect des exigences curriculaires traditionnelles. Cette situation met en lumière une tension importante entre une vision partagée par les enseignants de la modélisation comme « objet » et la modélisation comme « approche d'enseignement ». Zachary illustre cette tension en exprimant son souhait de concilier l'intégration de la modélisation mathématique avec le devoir de couvrir l'entièreté du contenu prescrit par le devis ministériel et le souhait d'intégrer la modélisation mathématique. Il mentionne le manque de temps comme une contrainte majeure, nécessitant soit une réduction du contenu soit une vitesse d'enseignement accrue :

> On pourrait le faire, mais on n'a pas le temps. Ça s'inscrit pas dans le cours, c'est pas dans les devis. Le temps de faire le contenu, ça me prend mes 15 semaines pour faire le contenu de chaque cours. Sinon, l'autre option, c'est que je donne pas de temps pour travailler, puis je vais très vite. Ça marche, mais c'est pas une bonne façon. C'est pas très pédagogique, je trouve. J'aimerais faire, mais ça me demanderait deux choses. D'abord, enlever quelques contenus dans le cours pour pouvoir faire la place à ça. Et l'autre chose, c'est vraiment un effort assez sérieux d'intégration, pas juste pendant deux heures. Tu peux pas aller au labo pendant deux heures et te dire « Ah! On va faire du Maple aujourd'hui! *(Zachary, Entretien 1)*

Zachary note que préparer des cours incluant la modélisation demande un effort substantiel et ne peut pas être fait rapidement ou de manière superficielle. Il souligne aussi les défis liés à l'apprentissage d'un logiciel informatique comme Maple. De son côté, Luke énonce un point de vue pragmatique, suggérant que le cours de mathématiques peut rester plus abstrait, et laissant aux enseignants de physique, chimie et biologie le soin d'appliquer les concepts mathématiques. Il reconnaît la limitation du temps disponible et propose une division des tâches pour maximiser l'efficacité:

> Tu sais on n'a pas tout le temps de la planète donc moi je trouve ça normal de faire en cours peut être un peu plus abstrait et laisser les autres personnes [les profs des autres disciplines] faire des applications. *(Zachary, Entretien 1)*

Luke critique les exercices de modélisation standardisés, comme ceux du manuel de Calcul I couramment utilisé, en regrettant qu'on n'y enseigne pas le véritable processus de modélisation : « C'est vraiment le truc intéressant [le processus de modélisation] derrière et c'est ça qu'ils devraient retenir. C'est pour ça que j'aime pas trop, par exemple, les exercices de modélisation du Stewart ou des machins comme ça, parce que finalement c'est juste un exercice de maths déguisé. » Cela met en lumière la relation entre l'enseignant et les ressources didactiques qu'il utilise, ainsi que la façon dont ces ressources influencent l'apprentissage des étudiants. Cela suggère aussi la pertinence de chercher de nouvelles ressources si l'on souhaite développer la capacité à modéliser chez les étudiants.

Halle souligne le défi de trouver du temps pour des activités supplémentaires dans un emploi du temps déjà chargé :

> Il faudrait quasiment que je rajoute 10 h dans un cours comme calcul intégral par exemple. Les labos, là que vous avez, genre épidémie tout ça, je veux les faire, mais il y a tellement de contenu et en plus là on vient de perdre 15 h dans le cours. Mais avec le nouveau cours en sciences nat en ESP, ça va nous permettre de le faire. *(Halle, Entretien 1)*

Luke semble être dans une position passive, se contentant de critiquer sans proposer de solutions concrètes. Cette apparente passivité vient peut-être du fait que l'enseignant n'a pas réussi à trouver un compromis ou une alternative aux exercices qu'il critique. Halle, de son côté, montre une volonté de changer sa pratique en cherchant des moyens d'intégrer de nouvelles activités malgré les contraintes. Sa mention de l'existence du nouveau cours de mathématiques pour les épreuves synthèses de programme en sciences de la nature comme opportunité montre qu'elle est prête à adapter et négocier les contenus pour mettre de l'avant un enseignement qui respecte sa vision personnelle.

La dimension sociale du rapport à la modélisation des enseignants se résume avec ces trois axes :

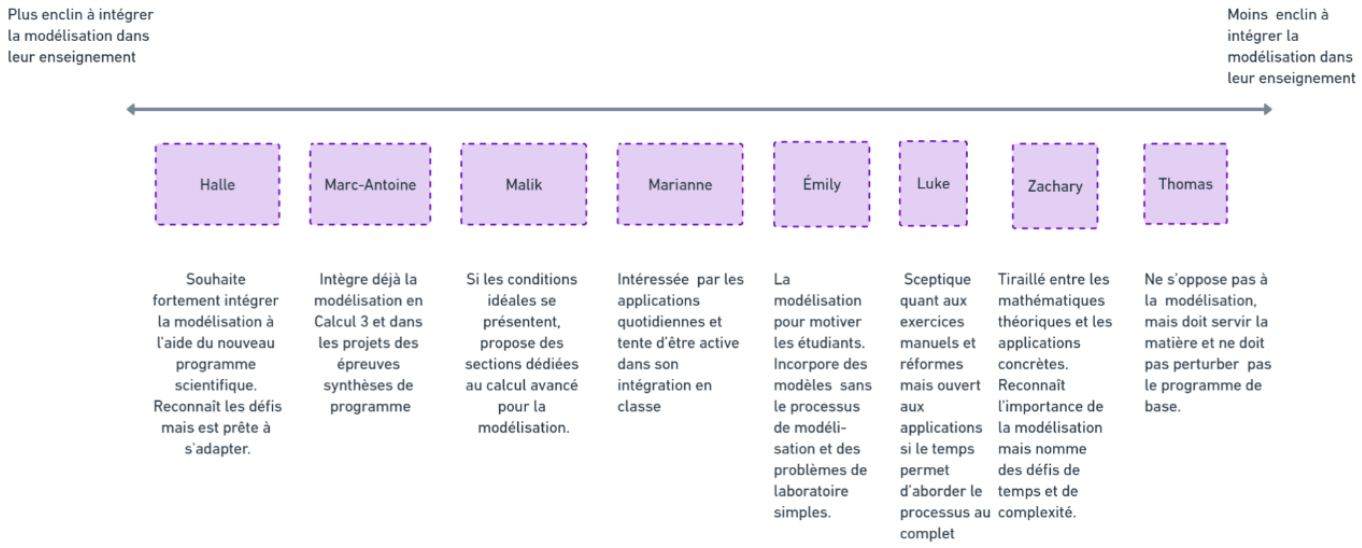
1) Réformes et cadre institutionnel : Selon certains participants, les nouvelles orientations curriculaires, comme le programme des Sciences de la Nature 2024, offrent des opportunités pour intégrer la modélisation. Cependant, certains enseignants, comme Luke et Marianne, soulignent la difficulté de traduire ces intentions en pratiques concrètes.
2) Intégration dans les cours : Les cours avancés et les épreuves synthèses de programme (ESP) sont vus comme des occasions d'introduire la modélisation, mais des enseignants comme Zachary et Luke craignent que ce soit trop complexe pour les étudiants. Par ailleurs, Halle relève des résistances, tant chez ses collègues des autres disciplines que dans son propre département, dues au manque de formation et d'expérience en modélisation.
3) Ressources et contraintes de temps : Le manque de temps et de ressources pédagogiques adaptées complique l'intégration de la modélisation. Halle et Zachary estiment qu'une refonte des contenus et des ressources est nécessaire pour permettre un apprentissage de la modélisation authentique et interdisciplinaire.

4.2.3.4 Synthèse des résultats et perspectives

Nous commencerons par résumer le rapport à la modélisation des enseignants, ensuite nous parcourrons les motifs en lien avec les potentialités et les défis en lien avec l'intégration de la modélisation dans la pratique enseignante.

La figure ci-dessous illustre les différents niveaux d'adhésion des enseignants à l'intégration de la modélisation dans leur pratique. On observe un continuum allant des enseignants les plus enclins à intégrer la modélisation, situés à gauche de l'axe, vers ceux qui y sont les moins favorables, positionnés à droite. Les descriptions sous chaque nom fournissent des détails sur leur rapport spécifique, leurs motivations ou les obstacles rencontrés vis-à-vis de la modélisation.

Figure 8 Niveau d'intégration de la modélisation dans l'enseignement des enseignants



Le tableau 6 résume les principaux arguments qui favorisent et freinent l'intégration de la modélisation dans la pratique enseignante en tenant compte des dimensions identitaire, épistémique et sociale sur lesquelles reposent leur rapport à la modélisation.

Tableau 6 Limites et apports perçus en lien avec l'intégration de la modélisation mathématique dans la pratique enseignante

Dimensions	Justification en faveur de l'intégration de la modélisation	Justification contre l'intégration de la modélisation
Identitaire	**Évolution des perspectives individuelles** : Certains enseignants, comme Malik et Thomas, ont vu leur appréciation de la modélisation mathématique évoluer au fil du temps, reconnaissant son utilité même si ce n'était pas leur domaine de prédilection initial **Capacité à transposer les connaissances** : La modélisation permet de transférer des concepts abstraits à des contextes concrets, renforçant ainsi l'identité mathématique des enseignants et des étudiants (Malik).	**Tensions identitaires** : Il existe une tension entre leur identité théorique forte et l'application pratique de la modélisation, créant un conflit interne entre ces deux dimensions (Zachary). **Sentiment d'inadéquation professionnelle** : Certains enseignants, en particulier ceux qui n'ont pas une formation spécifique en modélisation, expriment un manque de confiance en leur capacité à enseigner cette discipline, ce qui constitue un frein à son intégration (collègues de Halle et elle-même).

Épistémique	**Renforcement des compétences analytiques :** La modélisation mathématique facilite la traduction de situations réelles en équations, favorisant ainsi une compréhension approfondie des concepts mathématiques (Malik). **Motivation et contextualisation** : Elle joue un rôle important dans la motivation des étudiants en liant les mathématiques à des applications concrètes (Emily). **Vision intégrative de la discipline** : Certains enseignants perçoivent les mathématiques pures et appliquées comme intrinsèquement liées, ce qui encourage une approche unifiée de l'enseignement (Luke).	**Complexité et accessibilité** : Les applications les plus pertinentes de la modélisation mathématique nécessitent un niveau de compréhension souvent inaccessible aux étudiants, limitant ainsi les bienfaits de la modélisation (Zachary). **Simplification excessive des modèles** : Pour rendre la modélisation accessible, les modèles doivent être considérablement simplifiés, ce qui peut diminuer leur valeur réelle et leur pertinence pour les étudiants (Zachary et Luke).
Sociale	**Appui aux réformes curriculaires** : Les récents changements dans les programmes éducatifs favorisent une approche plus analytique et pratique de l'enseignement des mathématiques, ce qui est perçu positivement par certains enseignants (Halle, Marianne). **Intégration dans les projets interdisciplinaires** : La modélisation mathématique peut être efficacement intégrée dans le cadre des épreuves synthèses de programme, où le curriculum nécessite l'interdisciplinarité (Marc-Antoine, Halle).	**Contraintes temporelles** : L'intégration de la modélisation mathématique dans les cours exige de réduire le contenu enseigné ou d'accélérer le rythme, ce qui peut nuire à l'apprentissage des étudiants (Zachary). **Accès limité aux ressources** : La mise en œuvre de la modélisation nécessite des ressources spécifiques, telles que l'expertise pour comprendre adéquatement les problèmes, des laboratoires et des logiciels, dont l'accès est souvent restreint (Zachary, Halle).

Face au nouveau programme de sciences de la nature, certains demeurent optimistes quant aux nouvelles orientations du devis ministériel qui offrent plus de flexibilité pour intégrer des applications pratiques dans leurs cours (Algèbre linéaire, Calcul 3, Probabilités et statistique et les épreuves synthèses de programmes). Les enseignants ayant la liberté d'expérimenter en intégrant

des concepts comme la modélisation dans leur cours, reçoivent du soutien de leur département et de l'administration de leur collège. Cela facilite largement la mise en œuvre d'un enseignement en phase avec leur vision personnelle.

Malgré l'apparente volonté ministérielle, certains enseignants démontrent une résistance, voire une méfiance, à l'endroit des changements taxonomiques du programme. Ces changements demeurent en surface et, selon eux, n'auront que peu d'impact sur l'intégration des applications dans les cours de mathématiques. Ces derniers relèvent aussi le manque de ressources didactiques permettant véritablement l'enseignement de la modélisation mathématique, en critiquant au passage les exercices standardisés de modélisation. La résistance exprimée envers les changements curriculaires peut aussi s'expliquer par un conflit entre une identité professionnelle (comme enseignant) et une identité académique qui a pu se construire durant les années d'études supérieures (McNaughton, et Billot, 2016). L'adhésion à un nouveau curriculum dépend de sa compatibilité avec les convictions personnelles (dimension identitaire), mais aussi largement du type de soutien institutionnel reçu pour intégrer les changements souhaités (Knight, 2009). Le soutien institutionnel est primordial, tout comme une identité professionnelle ouverte aux changements. Kremer et Ben-Peretz (1980) soulignent que les enseignants ouverts au changement sont susceptibles de mettre en œuvre les nouveaux programmes plus efficacement, tandis que ceux qui ont des styles d'enseignement rigides peuvent rencontrer des difficultés ou tout simplement résister aux changements. Enfin, la dimension sociale, influencée par les réformes curriculaires et les contraintes institutionnelles, joue un rôle dans l'acceptation ou le rejet de la modélisation mathématique.

La mise en œuvre de la modélisation pose des défis pratiques : elle exige du temps, des ressources spécifiques (comme des laboratoires et logiciels), et peut entrer en conflit avec le besoin de couvrir un curriculum déjà chargé, ce qui constitue un frein pour certains d'entre eux. Des constats semblables ont aussi été documentés dans l'étude de Huson (2016), s'intéressant à la perspective des enseignants dans l'intégration de la modélisation mathématique au secondaire dans un contexte états-unien. Le manque de préparation des enseignants peut être un obstacle à

l’intégration de cette pratique dans l’enseignement. Le besoin de formation pour mettre en œuvre l’enseignement de la modélisation a aussi été souligné dans l’étude menée par Biembengut et Nelson (2009). Ces derniers, se concentrant surtout sur la formation des maîtres, rapportent aussi l’absence de formation en lien avec le processus de modélisation ou l’enseignement de la modélisation elle-même. De plus, une autre raison pouvant expliquer le peu de motivation de certains, voire une méfiance, envers l’intégration de la modélisation mathématique est le manque de contact avec cette pratique. Considérant l’absence de formation en éducation pour les enseignants au collégial, l’absence de modélisation mathématique dans leur pratique pourrait s’avérer compréhensible.

Cependant, une recherche menée par Hummer (2020) avec des enseignants au secondaire démontre que la perception des enseignants envers la modélisation mathématique peut évoluer. En effet, lorsque les enseignants ont été interrogés sur leurs conceptions de l'enseignement de la modélisation mathématique avant et après avoir suivi un cours spécifique, les conceptions des enseignants avaient évolué. Non seulement, ils ont appris des stratégies pédagogiques, mais ils ont aussi réalisé d’autres avantages de la modélisation mathématique, tout en revoyant leur pratique afin d’y intégrer l’enseignement de la modélisation. Cette évolution montre la pertinence de la formation continue pour aider les enseignants à surmonter leurs réticences et à intégrer plus efficacement la modélisation dans leur enseignement.

Pour faciliter l'intégration de la modélisation, les enseignants discutent du besoin d’un accès à des ressources pédagogiques et didactiques spécifiques à la modélisation et de renforcer leur formation continue, des conclusions partagées par l’étude de Roy et Hasni (2015) se concentrant sur les perceptions d’enseignants de sciences au secondaire sur la modélisation. Certains nomment aussi le besoin d’avoir du temps et des initiatives favorisant la collaboration interdisciplinaire,

notamment pour identifier les concepts communs aux disciplines[13]. Autant chez les collègues provenant des autres disciplines que chez les enseignants de mathématiques, il y a une méconnaissance du rôle des mathématiques au sein de la modélisation mathématique et de l'interdisciplinarité. Les enseignants de mathématiques craignent de voir leur discipline sous-estimée.

4.2.4 Réponse à la 1ère question de recherche

Notre première question de recherche tentait d'interpréter le rapport des enseignants de mathématiques des programmes préuniversitaires à l'égard de la modélisation mathématique. Nous souhaitions aussi savoir sur quelle perception des mathématiques repose ce rapport.

Bien que la littérature scientifique[14] (Sokolowski, 2015; Zbiek et Connor, 2006) mette de l'avant les bienfaits de l'intégration de la modélisation mathématique pour l'apprentissage et l'expérience mathématique des étudiants, les difficultés liées à cette intégration dans la pratique des enseignants demeurent sous-documentées, en particulier dans la francophonie (Kuzniak, 2024). Avant de dégager les idéaux-types des enseignants quant au rapport à la modélisation, il est important de noter que sans un soutien institutionnel adéquat, la majorité des enseignants trouve la tâche d'intégrer la modélisation mathématique dans leur pratique trop ardue pour s'y engager pleinement. Cela indique que l'intégration, aussi prometteuse soit-elle, reste souvent confinée aux efforts de quelques individus particulièrement motivés, laissant la majorité confrontée à des défis insurmontables en l'absence de conditions favorables.

---

[13] Les enseignants réfèrent au concept de *cross- disciplinary concept.* L'article de Gouvea et al. (2017) propose un cadre conceptuel pour développer et créer des tâches interdisciplinaires dans le cadre de l'enseignement des disciplines au premier cycle universitaire.

[14] En raison du contexte particulier de l'étude et du peu de recherches menées sur l'intégration de la modélisation dans la pratique enseignante, notons que les études qui seront mises en relation avec la nôtre proviendront de contextes (tant sur le plan géographique que sur celui des enseignants consultés) variés.

L’analyse des données a permis de dégager deux idéaux-types d’enseignants, en suivant la définition présentée à la section 2.4.3. D’abord, il y a ceux qui acceptent et reconnaissent, à différentes intensités, la pertinence de la modélisation sans pour autant vouloir l’intégrer à leur pratique; ensuite il y a ceux qui sont curieux, voire, désireux de l’intégrer dans leur pratique. À cet effet, Chapman (2007) souligne l’importance des perceptions et des conceptions des enseignants à l’endroit de la modélisation et leur impact sur le regard que porteront à leur tour les étudiants sur cette activité.

Malgré une reconnaissance générale de la valeur de la modélisation mathématique, les enseignants du premier groupe choisissent de ne pas l'intégrer de manière pratique dans leur enseignement. Les attitudes de ces enseignants envers l’intégration de la modélisation mathématique sans leur enseignement tiennent en partie à leurs perceptions des compétences et des connaissances des étudiants; des remarques soulevés par l’étude de Blum (2011) également. Certains expliquent le refus d’intégration dans la pratique par les limites épistémiques de la modélisation. Ils ont de la difficulté à intégrer la modélisation dans leurs cours par crainte de simplification réductrice, soit des notions mathématiques soit du contexte d’où provient le problème à résoudre. La tension provient d'un conflit entre leur engagement envers la rigueur et l'abstraction des mathématiques pures et la nature pragmatique et simplificatrice que ces enseignants accordent à la modélisation qu’ils jugent réalisable en classe. Cette tension épistémique peut être expliquée par le traitement des modèles comme un contenu à apprendre et non comme une pratique scientifique (Guy-Gaytán et al., 2019). Cela concorde avec nos résultats. Nous avons constaté que plusieurs enseignants, envisagent la modélisation mathématique comme un nouveau contenu, plutôt que comme une approche d’enseignement. Le flou entourant la définition de la modélisation mathématique auprès des enseignants est un élément important à considérer parmi les freins en lien avec l’intégration de la modélisation mathématique.

Ensuite, il y a les enseignants qui voient en la modélisation mathématique une pratique scientifique essentielle pour susciter l'intérêt des étudiants, plus efficace que l'enseignement purement théorique. Ces enseignants rencontrent néanmoins des difficultés à l'intégrer dans leur

pratique. Ils attribuent ces obstacles à la rigidité du programme, au manque de formation, de temps et de ressources, à la difficulté d'évaluer les acquis, des constats que partage la littérature scientifique (Barquero et al., 2018; Blum, 1993; Schmidt, 2011). Cela souligne la nécessité de repenser les pratiques enseignantes et les méthodes d'évaluation traditionnelles pour intégrer la modélisation mathématique, une tâche particulièrement ardue dans les institutions où les manières de faire sont profondément enracinées. Les enseignants qui ont davantage d'expérience dans la profession que de formation académique «avancée» en mathématiques sont souvent plus enclins à voir la modélisation comme un outil pour attirer, voire, maintenir l'intérêt des étudiants. Alors, malgré les obstacles majoritairement institutionnels, ils s'efforcent de l'inclure dans leur enseignement pour offrir aux étudiants une expérience mathématique plus concrète et engageante.

4.2.4.1 Rapport aux mathématiques sous-jacent aux rapports à la modélisation

La manière dont les enseignants perçoivent les mathématiques influence leur rapport à la modélisation. Il y a ceux qui dont le rapport aux mathématiques est fortement teinté par la dimension identitaire et ceux dont le rapport aux mathématiques reflète davantage les dimensions épistémique et sociale (à part égale ou avec une domination de la dimension épistémique).

Les enseignants dont l'identité est fortement enracinée dans les mathématiques pures et théoriques perçoivent les mathématiques avant tout comme une discipline abstraite et rigoureuse. Cette identité théorique crée une certaine tension vis-à-vis de la modélisation, car ils perçoivent celle-ci comme une simplification réductrice de la réalité ou une déviation par rapport aux principes fondamentaux à enseigner. De plus, leur vision de la modélisation est orientée vers la rigueur et le formalisme, en mettant l'accent sur la précision des modèles, la justification théorique et la structure logique plutôt que sur le processus de modélisation. Certains enseignants, avec les années d'expérience en enseignement, bien qu'issus de ce même ancrage, ont vu leur perception évoluer; ils reconnaissent aujourd'hui la valeur de la modélisation dans le transfert des concepts abstraits à des applications.

Ceux dont le rapport aux mathématiques est fortement influencé par les dimensions épistémique et sociale ont aussi développé un rapport au savoir disciplinaire leur permettant de

valoriser l'interdisciplinarité et l'adaptation aux besoins des étudiants. Ainsi, ces enseignants perçoivent les mathématiques comme une discipline analytique et intégrative, où les mathématiques pures et appliquées sont intrinsèquement liées. Ces derniers voient dans les réformes curriculaires une opportunité d'intégrer des approches plus interdisciplinaires, en phase avec les nouvelles exigences des programmes éducatifs. Pour eux, l'intégration des applications dans leur pratique représente une occasion pour que les étudiants puissent *construire le sens*[15] (Wake, 2014) des concepts enseignés. Ils reconnaissent le potentiel des mathématiques pour comprendre et modéliser le monde réel. Ceux qui déclarent que l'intégration de la modélisation mathématique à leur enseignement est ou serait pertinente le font en raison des bienfaits anticipés à l'expérience mathématique des étudiants au collégial. De plus, ces enseignants voient dans la modélisation un moyen de rendre les mathématiques plus accessibles et motivantes pour les étudiants, constat partagé par Lopes (2022).

4.3 Modélisation et pensée critique dans l'action

Dans les sections précédentes, nous avons exploré les rapports aux mathématiques, à la modélisation et à la pensée critique à travers les perceptions et expériences rapportées lors d'entrevues avec huit enseignants. Cela nous permet de mieux cerner, notamment, leur rapport à la modélisation, afin de mieux comprendre les défis rencontrés au moment des activités expérimentés, et les liens entre cette activité et le développement de la pensée critique chez les étudiants. Plusieurs des enseignants rencontrés ont souligné le caractère sursimplifié des problèmes dits réels, conçus pour appliquer les concepts enseignés. Ils ont également mentionné le manque de ressources didactiques pour former à la modélisation. Ainsi, on peut comprendre que l'idée d'expérimenter une nouvelle activité de modélisation dans le cadre de cette étude ait pu susciter leur intérêt et favoriser leur participation.

[15] Traduction du concept de *sense making*

En nous appuyant à présent sur les témoignages des enseignants recueillis lors de l'activité de modélisation choisie, nous sommes en mesure d'illustrer et de mieux comprendre leur vision des points forts et des défis de l'intégration de la modélisation mathématique, tout en examinant les impacts potentiels de telles activités sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques et la place attribuée à la pensée critique. Malik et Zachary ont choisi de réaliser l'activité SA2, Halle et Marc-Antoine ont opté pour l'activité EA1, Thomas et Emily ont préféré l'activité SB1, et Luke et Marianne ont choisi respectivement EB1 et SA3.

Notre analyse s'articule autour des six phases du cycle de modélisation mathématique de Caron (2008), mettant en lumière les apports et les limites de chaque phase et leur contribution au développement de compétences de pensée critique. Nous nous réfèrerons au tableau 2 présenté à la section 2.3.3 qui illustre les liens entre les phases de modélisation et les compétences de pensée critique pour caractériser la contribution de la modélisation pour le développement de la pensée critique.

La figure D.2 (Annexe D) permet d'avoir un portrait global du nombre d'occurrences des codes attribués aux réponses issues des deuxièmes entretiens menés auprès des participants. Cette répartition permet de visualiser les tendances émergentes et les thèmes récurrents dans les discours des huit participants.

En observant la distribution des segments codés, nous pouvons identifier certaines tendances, notamment que certaines phases comme l'analyse et l'interprétation/validation semblent plus présentes dans les données. Cependant, il est important de noter que le nombre élevé de codes ne signifie pas automatiquement que les enseignants parlent davantage de ces phases. Les enseignants n'avaient pas accès au cycle de modélisation de Caron (2008). Ce nombre reflète plutôt le fait que ces étapes spécifiques soulèvent des questions ou des commentaires pendant l'expérimentation. Par exemple, nous pouvons remarquer que la phase *d'analyse* apparaît de manière marquée chez dans les codes (Zachary (17 occurrences), Marc--Antoine (14), Thomas (15), et Luke (17). La phase d' *Interprétation/Validation* a également été souvent codée (Zachary (15), Thomas (15), Marc-André (15) et Luke (15). Cela indique que ces phases attirent

particulièrement l'attention des enseignants dans le contexte de la modélisation, mais pas nécessairement qu'elles sont les plus discutées.

En outre, ces identifications nous permettent de porter une attention particulière à certains éléments lors de l'analyse des données, notamment en lien avec les facteurs qui favorisent ou freinent l'intégration de la modélisation mathématique pour aiguiser la pensée critique. Par exemple, nous pouvons observer que le code *difficulté conceptuelle* apparaît de manière marquée chez Zachary et Marianne lors de l'expérimentation, tandis que Luke et Emily sont davantage préoccupés par *l'adaptation aux outils technologiques*.

Pour les deuxièmes entretiens, les segments codés à la fois sous *Modélisation mathématique* et *Pensée critique* seront analysés, à la lumière du tableau 2 présenté à la section 2.3.3. Dans ce tableau, nous avons effectué une association entre les compétences de la pensée critique et les phases de modélisation pour mieux comprendre comment les enseignants perçoivent et intègrent la pensée critique à travers leurs pratiques de modélisation.

4.3.1.1 La structuration et la simplification

La première phase de modélisation est constituée de la structuration et de simplification. L'étape de structuration et de simplification dans la modélisation demande aux étudiants de dépasser la simple application mécanique des techniques pour développer une compréhension conceptuelle et critique des situations étudiées. En identifiant et en structurant les composantes importantes, cette phase permet la création de modèles conceptuels simplifiés pour tendre vers la construction d'un modèle mathématique. Lorsque questionné sur le potentiel et la faisabilité d'intégrer des activités de modélisation en classe, Malik explique son intérêt pour cette phase:

> Mais c'est sûr que le type d'activité, ça marcherait. Tu sais, l'idée de les amener à penser à des modèles, puis à penser aux modèles, ça peut fonctionner. Je pense qu'on pourrait s'arrêter à l'étape 1 de juste regarder les équations différentielles, comprendre comment est-ce qu'elles se passent, puis le faire pour plusieurs modèles. *(Malik, Entretien 2)*

L'étape 1 dont parle Malik fait partie de la phase initiale du processus de modélisation en mathématiques soit la phase de simplification et de structuration. Il propose une démarche en deux temps pour faciliter la compréhension des étudiants : les introduire aux modèles conceptuels et ensuite étudier les équations différentielles qui les décrivent.

Pour lui, l'important serait d'amener les élèves à penser en termes de modèles, c'est-à-dire à reconnaître et à comprendre les éléments importants d'une situation donnée (dans l'activité qu'il a choisie, une épidémie est modélisée avec des équations différentielles). Malik souhaite que les élèves identifient les composantes du modèle et les relations entre les paramètres et les variables. Ensuite, il propose de se concentrer uniquement sur la compréhension des équations différentielles elles-mêmes, sans forcément aller au-delà dans un premier temps. Malik suggère de comparer les équations différentielles qu'ils étudient à ce modèle pour être capables de reconnaître d'autres modèles compartimentaux équivalents. Pour lui, la pensée critique se manifeste dans la capacité des étudiants à reconnaître les types de modèles dans d'autres contextes, en passant par exemple des épidémies aux réactions chimiques, pour les étudiants en Sciences de la nature.

Bien que l'idée d'amener les étudiants à penser à des modèles et à comprendre les équations différentielles soit intéressante, la suggestion de s'arrêter à « l'étape 1 de juste regarder les équations différentielles » peut être perçue comme réductrice. Ce premier niveau d'analyse, bien qu'essentiel, risque de ne pas suffire pour susciter un réel intérêt chez les étudiants ou pour développer une compréhension de la pertinence de la modélisation. De plus, la proposition de se concentrer sur les intrants et les extrants dans différents modèles, bien qu'intéressante, pourrait manquer de profondeur si elle n'est pas accompagnée d'une réflexion critique et d'une contextualisation adéquate.

Au-delà de l'activité de modélisation, certains enseignants avaient des remarques concernant l'utilisation des concepts de flux et réservoirs ainsi que leurs représentations diagrammatiques pour illustrer le modèle. Sans exprimer un rejet total, certains ont exprimé un malaise ou un étonnement en voyant la présentation des systèmes dynamiques sans équation mathématique explicite au premier regard. Cela illustrait le recours peu naturel aux représentations

multiples pour aborder un concept ou tout au moins à ce type de représentation pour modéliser un système dynamique. Dans le contexte d'une étude menée auprès des étudiants au cégep, Hitt et Dufour (2021) ont remarqué une hésitation similaire concernant le recours aux différentes représentations pour représenter des concepts.

Les commentaires de Halle, Malik et Marc-Antoine soulèvent des points critiques sur la compréhension et l'enseignement des concepts de stocks et de flux dans les modèles utilisés sur Insight Maker. Ces observations illustrent plusieurs niveaux de difficulté tant dans l'enseignement que dans l'apprentissage, notamment quant à la compréhension des concepts de flux et de réservoirs, l'évolution des capacités d'apprentissage des étudiants au fil du temps, et l'utilisation des unités dans la structuration et la simplification des modèles.

Halle identifie sa propre difficulté à distinguer les concepts de stock et de flux, ainsi que les transitions et les liens. Cette reconnaissance met en lumière la difficulté inhérente à une compréhension initiale de ces notions, malgré leur grande proximité avec les notions enseignées en calcul différentiel et intégral.

Malik n'était pas plus à l'aise avec le terme « flux » utilisé en dynamique des systèmes. L'associant plutôt au « flux magnétique » utilisé en physique et avec lequel il se dit familier, il avait du mal à en saisir le sens dans un modèle d'épidémie : « flux […] c'est bizarre comme mot. C'est pas clair si ça veut dire le rythme ou le concept de variation. Ce n'est pas un mot qui est évident. » La variabilité du sens accordé au mot « flux » dans différents contextes pourrait donc aussi constituer une barrière à la compréhension des étudiants.

Marc-Antoine fait partie des enseignants qui utilisent le terme flux dans leur pratique :

> C'est quoi un flux? C'est un peu l'équivalent d'une vitesse, donc, il y a une division dans le processus. Tu sais, quand je disais qu'au début c'est donné des synonymes, le flux je sais qu'on le voit en Calcul différentiel, mais je ne sais pas à quel point les étudiants s'en souviennent. Puis éventuellement, ils oublient carrément que la dérivée ben c'est juste un taux de variation instantané. *(Marc-Antoine, Entretien 2)*

Marc-Antoine explique le flux comme une vitesse, donc une division dans le processus. Il ajoute le fait que les étudiants ont de la difficulté à se rappeler des définitions des concepts clé vus lors de leurs cours de calcul.

Toutefois, il est à noter qu'il y a une différence entre le flux et la vitesse. Initialement introduit en dynamique des fluides, le flux y prend la forme du débit à travers, par exemple, une surface par unité de temps, et y est donc équivalent à une vitesse, étant une grandeur vectorielle qui décrit la rapidité et la direction du mouvement d'un objet, mesurée en unités de distance par unité de temps En électromagnétisme ou en thermodynamique, le flux mesure la quantité d'une certaine grandeur, telle que la masse, le volume, l'énergie ou le nombre de particules, qui traverse une surface donnée par unité de temps. Les unités du flux varient et sont soit scalaires soit vectorielles. Dans le modèle SIR le flux représente le déplacement des individus entre les différents états de santé. De même, le cycle du carbone utilise le concept de flux pour décrire le mouvement du carbone à travers l'atmosphère, les océans et les écosystèmes terrestres : le flux de carbone indique alors la quantité de carbone se déplaçant entre les réservoirs terrestres et atmosphériques par unité de temps. En résumé, la vitesse se concentre sur la rapidité et la direction du mouvement d'un individu ou d'une particule, alors que le flux se concentre sur la quantité d'une certaine grandeur traversant une surface par unité de temps (Libretexts, 2022; Sergiesco, 2024).

Les unités jouent un rôle important dans la phase de structuration et de simplification. Elles aident à établir des interactions entre les composantes et à déduire le rôle des composantes dans le modèle. Nous allons nous pencher sur la place accordée aux unités par Halle, Emily, Thomas et Zachary.

Halle avait choisi l'activité EA1 sur le cycle du carbone. En lisant la mise en contexte, elle avoua avoir peu de connaissances théoriques sur l'environnement. Son premier réflexe pour naviguer dans ce nouveau contexte fut de demander quelles étaient les unités. Cela lui permit aussi de distinguer entre les flux et les réservoirs.

> Écoute, je pense que le but c'était un peu d'utiliser les outils mathématiques qu'on a, dans ce cas-ci le graphique [pour y identifier les unités], pour pouvoir apprendre

> quelque chose d'un contexte extérieur duquel on n'est pas expert. Donc là, comme tu le mentionnais, gigatonnes et gigatonnes par année. *(Halle, Entretien 2)*

Emily a également ce réflexe d'utiliser les unités pour comprendre le contexte. Les unités lui servent à donner du sens aux valeurs numériques dans un contexte spécifique. Les unités sont aussi utilisées pour structurer la compréhension. En faisant cela, Halle et Emily mettent en action les sous-compétences catégoriser et décoder associées à la compétence d'**interprétation** de la pensée critique. Les unités permettent de catégoriser les différentes composantes du modèle (Flux, Réservoir, Lien). Ensuite, la capacité à se référer aux unités permet aussi de décoder le sens des nombres et de les contextualiser.

Halle affirme que lorsqu'il y a un contexte, l'inscription des unités est obligatoire par les étudiants. Elle explique :

> Quand il y a des problèmes de contexte, c'est obligatoire, il faut qu'il y ait les unités. On fait souvent des problèmes même où on fait des sous-questions, puis on leur demande de changer les unités par des conversions. Donc non, , il faut qu'il y ait les unités dans un problème à contexte. Puis c'est pour ça qu'ici, mettons le 2i, je trouve ça intéressant, les unités de la dérivée, peut-être poser une question comme est-ce que c'est logique dans le contexte, les unités, expliquer pourquoi en fonction peut-être de la définition d'une dérivée, ça les ramène un peu plus à la théorie du cours. Alors moi, je trouverais ça intéressant. *(Halle, Entretien 2)*

Pour elle, poser des questions sur les unités permet de ramener les étudiants à la théorie du cours, montrant ainsi que les unités ne servent pas seulement à donner du sens aux valeurs numériques, mais aussi à valider la compréhension théorique.

De son côté, Thomas fait preuve d'une certaine négligence ou d'une sous-estimation du rôle des unités. Il admet ne pas toujours les inscrire, notamment lorsqu'il enseigne le calcul d'aire ou de volume.

> Aujourd'hui j'ai donné un cours avec les calculs d'aire puis de volume, puis quand j'arrive à la fin puis mon aire c'est deux, j'écris deux. Donc j'écris pas que c'est deux unités carrées. Peut-être que je devrais, là. *(Thomas, Entretien 2)*

Même si celui-ci s'inscrit dans une certaine tradition mathématique, il est prêt à admettre que ce manque puisse être une erreur et que les unités pourraient recevoir une plus grande attention. En écho à cette réflexion, Zachary aborde la question du point de vue des étudiants. Il met en lumière l'idée que les étudiants n'ont pas toujours le réflexe de considérer les unités; ce phénomène lui paraît lié au peu d'attention qu'on accorde aux unités dans les cours de mathématiques, contrairement à ce qui se fait dans les cours d'autres disciplines scientifiques :

> C'est pas les réflexes qu'ils ont. On leur apprend des réflexes comme ça, je pense, en chimie, en physique, regarder les unités, là. Mais enfin, là, il y a beaucoup de choses en même temps qui se passent. Enfin, il faut utiliser ça en même temps de lire la phrase, réfléchir au contenu des maths et ce que c'est. Donc, il y a comme trop de choses qui se passent en même temps, je pense, pour qu'ils arrivent à faire ça. Mais bon, il y a un prof qui est là, qui est supposé les guider aussi, tu vois, en même temps. *(Zachary, Entretien 2)*

Contrairement à Halle et Emily qui voient les unités comme une façon de mieux comprendre la situation et de faciliter sa modélisation, Zachary voit la prise en compte des unités comme une surcharge difficile à gérer entre la compréhension de la situation et sa mathématisation.

Il est clair que les unités sont perçues différemment selon les enseignants. Halle et Emily utilisent les unités comme un moyen de comprendre le contexte et même les mathématiques qui en rendent compte, tandis que Thomas admet négliger leur importance, malgré leur utilité pour clarifier les concepts enseignés. Zachary a perçu l'importance de sensibiliser les étudiants à l'usage des unités, mais reconnait que cela peut parfois être oublié en mathématiques, où la priorité paraît être mise ailleurs.

4.3.1.2 Collecte de données

La phase de collecte de données dans le cadre des activités essayées avec les enseignants n'a pas eu lieu en bonne et due forme. En effet, les activités utilisaient déjà des données existantes, parfois intégrées au sein des fichiers construits avec les logiciels utilisés (Insight Maker, GapMinder et/ou Excel).

Cela dit, Zachary met en lumière l'importance des données pour le développement de modèles et la compréhension des systèmes simulés. Zachary souligne que le simulateur permet non seulement de générer des données, mais aussi de les utiliser pour créer et raffiner des modèles mathématiques, notamment à travers l'outil « *slider* » (ou curseur). Cette approche lui semble très utile pour valider les effets observés de changements de paramètres dans le simulateur par des moyens mathématiques, assurant ainsi la fiabilité et la précision des conclusions tirées des simulations. Zachary met l'accent sur l'utilisation des données pour comprendre l'influence des paramètres et développer des modèles.

> Et aussi, l'autre truc, c'est que quand on a des données, parce qu'enfin, c'est un peu ça qu'on a avec le simulateur, on a des données en temps réel, souvent on peut développer des modèles à partir de nos données, puis interpréter, puis comprendre quels aspects, c'est quoi l'influence des paramètres. Et ensuite essayer, on voit avec le simulateur que l'effet c'est ça, mais est-ce qu'on peut le traduire mathématiquement pour être certain que c'est bien ça. *(Zachary, Entretien 2)*

Cette phase de la modélisation permet de mettre en pratique la compétence d'**inférence** de la pensée critique. En effet, les actions nommées par Zachary, soit l'identification des données nécessaires et l'usage des données pour conjecturer sur l'influence des paramètres sur le modèle correspondent aux sous-compétences associées à l'inférence. Les données sont importantes ici pour comprendre et modéliser.

4.3.1.3 Mathématisation

La phase de mathématisation implique de décrire et de synthétiser les relations entre les composantes d'un modèle conceptuel dans un modèle mathématique. Malik aborde la difficulté de « mathématiser un concept », c'est-à-dire de traduire un sujet non mathématique en une représentation mathématique. Ce processus permet de formuler des problèmes de manière qu'ils puissent être résolus par des méthodes mathématiques. Cependant, Malik souligne la difficulté, dans sa pratique enseignante, à expliciter, en particulier pour ceux qui sont moins familiers avec les outils mathématiques et le processus de modélisation.

> La phase qui permet de passer d'un autre sujet à des maths, de mathématiser un concept, c'est la chose qui est le plus difficile à expliquer à quelqu'un. C'est

> difficile d’expliquer comment tu modélises, surtout quand tu dois intégrer un concept nouveau. C’est plus faisable de modéliser quelque chose qui ressemble à quelque chose qu’on a déjà fait. *(Malik, Entretien 2)*

Malik note également qu'il est plus facile de modéliser quelque chose qui ressemble à un problème ou un concept déjà rencontré. Cette observation est importante car elle reflète une réalité courante : le raisonnement par l’analogie est souvent plus accessible pour les étudiants. Lorsqu'ils peuvent relier un nouveau problème à quelque chose qu'ils connaissent déjà, le processus de mathématisation devient plus intuitif. Cela peut également indiquer que l'une des clés de l'intégration de la modélisation dans l'enseignement réside dans l'utilisation d'exemples, construisant sur des concepts familiers avant d'aborder des sujets entièrement nouveaux. Tant Malik que Zachary soulignent la complexité du processus de mathématisation.

Zachary discute spécifiquement la transition entre le contexte réel et l'équation mathématique. Cette transition est un aspect qui englobe aussi la phase de structuration et de simplification. Les réflexions nécessaires pour comprendre le contexte et les facteurs qui l'influencent sont des aspects inhérents à cette phase de structuration et de simplification.

> Donc, le pas entre le contexte et l'équation. Le contexte, puis qu'est-ce qui affecte vraiment le contexte, puis le traduire en un truc mathématique super clair, c'est extrêmement difficile, là. *(Zachary, Entretien 2)*

Le passage du contexte à l'équation mathématique implique donc d'abord une compréhension approfondie du contexte, ainsi que des éléments qui le conditionnent, avant de les traduire en une forme mathématique claire et précise. La difficulté principale, qui se manifeste surtout lors de la phase de structuration et de simplification, réside dans cette compréhension du contexte et de ses facteurs, difficulté qui se répercute ensuite dans la phase de mathématisation et la traduction de ces éléments en termes mathématiques.

Zachary ayant choisi l’activité SA2, sur les modèles épidémiologiques, souligne ici que les deux premières pages seraient plus appropriées pour un cours d'épidémiologie que les pages suivantes. Il mentionne que les premières pages sont consacrées à la réflexion sur les modèles et les paramètres, où l'on cherche à comprendre les interactions et dynamiques du modèle conceptuel.

> Ben, les deux premières pages, c'est ce que moi j'aimerais voir dans un cours d'épidémiologie si j'en faisais un, tu vois. Réfléchir aux modèles, aux paramètres, qu'est-ce qui affecte ci, qu'est-ce qui affecte ça, qu'est-ce que ça dit pour le taux de variation, donc ça c'est le genre de questions que moi je me pose, donc j'étais enthousiaste aussi, mais là j'étais plus en réflexion pour essayer moi de comprendre, tu vois. Alors que la page 3, j'arrive, là le niveau de difficulté vient de baisser soudainement, là je comprends vite qu'est-ce qui se passe, puis je vois comment ça peut servir les étudiants. Tu vois, c'est ça la différence, je te dirais. *(Zachary, Entretien 2)*

En soulignant la nécessité de comprendre les interactions et les dynamiques du modèle conceptuel, Zachary met en action la sous-compétence d'**analyse** de la pensée critique, en examinant les relations conceptuelles pour leur traduction en modèles mathématiques. Lorsque Zachary nous partage les questions qu'il se pose, il démontre son engagement personnel, en cherchant à comprendre le contexte épidémiologique, à l'aide des concepts mathématiques qu'il maîtrise. Cependant, cela soulève aussi la question de savoir s'il suppose que ses étudiants ne s'engagent pas de la même manière ou s'il ressent simplement que cette démarche de réflexion est plus naturelle pour lui, en tant qu'enseignant et chercheur, qu'elle ne l'est pour ses étudiants. En revanche, son niveau d'enthousiasme sur le plan professionnel est plus grand lorsqu'il arrive à la page 3 de l'activité (Voir Annexe G), il ressent que le niveau de difficulté diminue, car il est possible de répondre aux questions de manière mathématique en ne tenant pas nécessairement compte du contexte. Cette remarque révèle également un point critique : le niveau de confort de Zachary augmente lorsque les mathématiques sont présentées sans le contexte et sa complexité. Naviguer, avec les étudiants, à travers le contexte pour y repérer les mathématiques semble être une tâche qu'il envisage être difficile à effectuer avec les étudiants. Les numéros 5 et 6 de l'atelier, bien qu'essentiellement techniques, représentent pour lui une occasion de consolider les apprentissages des étudiants réalisés en classe. En d'autres termes, il trouve plus facile de travailler avec des mathématiques « pures » plutôt qu'avec des situations contextuelles nécessitant une traduction en termes mathématiques. Cette attitude pourrait limiter la profondeur de l'apprentissage et le recours aux mathématiques pour résoudre des problèmes réels, soulignant un défi important : à qui incombe la responsabilité de soutenir les étudiants à naviguer entre le contexte et les mathématiques de manière efficace.

Ici, Zachary reconnaît la difficulté de trouver la bonne équation pour modéliser une situation, ce qui fait partie intégrante de la mathématisation. Il insiste sur la nécessité de fournir des instructions claires, voire un guidage assorti d'indices, pour aider les étudiants à surmonter cette difficulté.

> C'est pas évident de trouver la bonne équation. Donc, je pense qu'il y a moyen de formuler des choses pour que l'étudiant puisse trouver ça, mais il faut être assez explicite et donner des petits bonbons. *(Zachary, Entretien 2)*

Cette remarque montre une conscience chez Zachary de la part de responsabilité des enseignants de mathématiques à aider les étudiants à naviguer entre les contextes et les mathématiques. Cette remarque révèle aussi une tension entre la préférence personnelle pour les mathématiques décontextualisées et la reconnaissance de la nécessité de guider les étudiants dans le processus de mathématisation. Thomas exprime une perspective similaire, en notant la valeur limitée qu'il accorde aux liens interdisciplinaires dans son cours de mathématiques :

> C'est sûr que ça serait bien intéressant. Il y aurait plein d'intégration de connaissances, de disciplines. Oui, ça pourrait être intéressant. Peut-être que mon réflexe naturel, par contre, paradoxalement, parce que c'est intéressant, mais mon réflexe naturel, ça serait de laisser tomber [le contexte] puis me concentrer sur les maths. Mais c'est vrai que c'est paradoxal. Dans mon cours de maths, c'est pas valorisé parce que j'en retire pas des choses de valeur, malheureusement. C'est le *fun* pour les étudiants qui font des liens. Peut-être que ça serait le fun dans leur cours de chimie ou de bio, mais... C'est comme si je faisais du bénévolat pour mes collègues. *(Thomas, Entretien 2)*

D'un côté, il reconnaît que l'intégration de différentes disciplines pourrait enrichir l'apprentissage et stimuler la curiosité des étudiants. De l'autre côté, il exprime une réticence à adopter cette approche dans son propre enseignement, car il estime que cela n'apporte pas de bénéfice direct et tangible dans le cadre de son cours de mathématiques. La perspective de Thomas soulève plusieurs questions. Premièrement, elle interroge la manière dont les enseignants perçoivent la valeur des compétences transversales et de l'apprentissage interdisciplinaire dans des matières traditionnellement isolées comme les mathématiques. Deuxièmement, elle met en lumière

un possible manque de reconnaissance institutionnelle pour les efforts visant à créer des liens entre les disciplines, ce qui peut décourager les enseignants de s'engager dans de telles pratiques.

Luke avait choisi l'activité EB1, le numéro 4 (Voir Annexe H) correspondait à la mathématisation. L'exercice proposé vise à utiliser les transformations logarithmiques pour analyser des relations non linéaires. Concrètement, le numéro demandait de considérer le tableau de valeurs de deux variables x et y et calculer sur Excel leurs logarithmes correspondants $u = log\, x$ et $v = log\, y$. Ensuite, les étudiants comparent les deux modèles sur les variables originales, soit x et y. Il utilise ensuite, le modèle linéaire ($v = au + b$) sur les variables transformées par l'utilisation du logarithme. Ils doivent également comparer ces modèles en remplissant les coefficients de détermination (r^2) et de corrélation (r), puis déterminer lequel des deux modèles représenterait le mieux la relation entre les variables.

Une relation non linéaire entre deux variables peut parfois être transformée en une équation linéaire en prenant le logarithme d'une ou des deux variables impliquées. C'est le cas pour la fonction exponentielle ainsi que pour la fonction puissance utilisée dans l'exercice. En partant du fait qu'une relation linéaire entre deux variables *u* et *v* peut se traduire par l'équation différentielle $dv/du = a$, l'activité permet, à travers le changement de variable et la dérivation en chaîne, de retrouver la fonction puissance par la résolution de l'équation différentielle, d'y revenir par les propriétés des logarithmes et d'apprécier les notions statistique de corrélation et de régression dans la recherche d'un modèle. L'activité permet de plus aux étudiants d'ouvrir les boîtes noires que peut représenter l'utilisation de certaines échelles et d'apprécier l'effet du choix d'échelle (linéaire ou logarithmique).

Face à cet exercice, Luke a exprimé le point de vue suivant :

> En gros, moi, ce qui me gêne, c'est deux choses. La première, c'est que je trouve ça un peu inutilement compliqué pour être honnête. Parce que comme la relation entre les deux, elle est vraiment là, tu sais. A fois log X et log de X à la puissance A, puis écrivez A log de quelque chose. Donc je trouve ça peut-être un peu inutilement compliqué, mais je comprends aussi, parce que ça permet de montrer des manipulations d'équations différentielles. En fait, en vrai, personne ne le ferait

> comme ça. Disons que je trouve que pour introduire des équa diff, il y a probablement des trucs beaucoup plus appropriés, dans le sens beaucoup plus réaliste avec la vie. *(Luke, Entretien 2)*

Bien que cette activité, de nature plus statistique, ne soit pas celle qui se prête le plus intuitivement à l'introduction aux équations différentielles, elle offre néanmoins l'occasion d'établir des liens entre ces équations et d'autres notions, faisant appel à la sous-compétence **d'inférence**.

La phase de mathématisation met en lumière les défis de la traduction du contexte en termes mathématiques, avec l'identification des concepts à mobiliser. Les enseignants ont confirmé les difficultés associées à cette phase et la nécessité d'y soutenir les étudiants. Si le guidage et les indices proposés dans les activités répondent à ce souhait, il a été néanmoins difficile d'analyser entièrement les occasions d'exercer les compétences de pensée critique qui auraient pu s'y déployer, notamment celle de l'autorégulation.

4.3.1.4 Traitement mathématique

Si la plupart de nos enseignants étaient préoccupés et interpellés par la phase de mathématisation, le traitement mathématique a suscité beaucoup moins de discussion. Il est important de noter que dans le cadre des activités proposées, une grande partie du traitement mathématique est assurée par le simulateur. Et l'on a pu observer chez plusieurs participants une certaine disposition à accepter les résultats générés par le simulateur sans nécessairement chercher à approfondir le processus les ayant produits. Ce n'était pas le cas de tous. Ainsi, Marc-Antoine souhaitait vraiment ouvrir cette boîte noire :

> Ce que je voulais dire, c'est par rapport à l'interface de Insight Maker; parce que là, quand je fais simuler qu'est-ce que ça fait en réalité? Là, j'en ai aucune idée. C'est pour ça que moi, là, la première réaction c'est "j'essaie de comprendre". *(Marc-Antoine, Entretien 2)*

Dans la plupart des ateliers, la méthode d'Euler[16] était celle utilisée par le simulateur pour générer la solution du modèle mathématique. Cette méthode faisait l'objet d'une présentation et d'une explication dans l'atelier SA1, mais pas dans les autres. Les autres activités ciblaient surtout la construction et l'analyse de systèmes d'équations afin de décrire, comprendre ou anticiper une situation. Face à un tel système, Zachary réfléchit au traitement mathématique envisageable :

> Donc, on a des équations différentielles... de ce type-là, je ne sais pas si elles sont résolubles exactement ou non. Est-ce qu'elles sont séparables? *(Zachary, Entretien 2)*

Il finit par conclure que non, et observe que dans l'activité "on ne cherche vraiment pas à les résoudre, mais plutôt à les décrire." Il ajoute : "C'est pour ça qu'on utilise une simulation peut-être pour faire aller les modèles." Selon lui, ces caractéristiques de l'activité en limitent le potentiel d'utilisation dans le cours de calcul intégral :

> Parce que dans le programme, les équations différentielles, c'est pas un sujet en soi, c'est vraiment comme une application de l'intégrale et à cause de ça il faut qu'on puisse les résoudre avec l'intégrale et essentiellement... Donc c'est pour ça qu'on ne couvre pas ça en fait. C'est un truc intéressant, clairement, mais dans le cadre du programme, ça va un peu mal, ça s'inscrit un peu mal. *(Zachary, Entretien 2)*

Et en effet, si l'ancien programme (MEES, 2017) incluait parmi ses éléments de compétence la tâche multiple "Traduire des problèmes concrets sous formes d'équations différentielles et résoudre des équations différentielles simples", les "équations différentielles simples" à résoudre étaient presque exclusivement des équations à variables séparables, où la résolution se réduit, après quelques manipulations algébriques, à une double application des techniques d'intégration usuelles, en supposant que les fonctions à intégrer disposent chacune d'une primitive.

---

[16] Avec Insight Maker, il est aussi possible de choisir la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 comme algorithme de simulation.

Le nouveau programme (MES, 2021) reprend cette idée en précisant, pour la tâche multiple associée à l'élément de compétence "Effectuer l'analyse de problèmes liés aux sciences de la nature", que l'un des critères de performance en sera la "Résolution correcte de problèmes par l'utilisation d'équations différentielles à variables séparables". Aucune autre technique n'est évoquée explicitement pour la résolution d'équations différentielles, mais l'on pourrait voir une ouverture possible vers une méthode numérique comme celle d'Euler avec la "Résolution correcte de problèmes par l'utilisation de séries et d'intégrales définies et indéfinies" comme autre critère de performance pour cette même tâche.

Clairement familier avec les méthodes numériques, Zachary reconnaît y recourir spontanément pour explorer de nouveaux problèmes, à l'aide de la programmation :

> Tu sais, des fois, quand j'étudie certaines choses que je connais pas bien, je programme en Python, puis je fais des simulations numériques pour voir un peu qu'est-ce qui se passe. *(Zachary, Entretien 2)*

Zachary paraît suggérer, sans le dire ainsi, que le traitement mathématique associé aux méthodes numériques permet d'explorer des systèmes complexes afin de mieux les comprendre. En revanche, il ne croit pas qu'un tel traitement soit à la portée de ses étudiants.

> Nos étudiants n'ont vraiment pas ces capacités-là encore. Par contre, ils ont, je pense, la capacité d'interpréter le résultat des simulations ou d'être surpris par certains résultats de simulation sans comprendre. *(Zachary, Entretien 2)*

Cette dernière capacité peut être directement liée à la compétence de pensée critique, plus précisément à l'**inférence**. L'inférence implique la capacité de tirer des conclusions raisonnables à partir de données ou d'informations, de formuler des conjectures et d'évaluer des alternatives. Lorsqu'ils sont surpris par les résultats de simulation, les étudiants pourraient envisager des explications de rechange ou revisiter les hypothèses. Cela reflèterait leur capacité à explorer différentes voies de raisonnement, une composante essentielle de l'inférence.

En reconnaissant la capacité et même l'intérêt des étudiants à interpréter les résultats de simulation, Zachary met l'accent sur l'utilisation des résultats pour stimuler la pensée critique et

l'inférence, plutôt que sur la compréhension des méthodes mathématiques ayant produit ces résultats. Zachary juge en effet que les étudiants doivent encore développer des compétences de programmation et de traitement mathématique avec les méthodes numériques pour pouvoir examiner les processus responsables de la production des résultats.

D'autres enseignants, comme Thomas, semblent moins enclins à se fier aux résultats générés par le simulateur sans comprendre les mécanismes sous-jacents. Thomas a choisi d'aborder un problème d'équations différentielles en cherchant à le résoudre analytiquement à l'aide d'une technique basée sur l'algèbre :

> OK. Comment on résout ça? C'était quoi son différentiel, là? Une technique qu'on peut faire, c'est diagonaliser la matrice. Oui. Mais là, on a des paramètres A et B. Donc, on cherche les valeurs propres, les vecteurs propres. *(Thomas, Entretien 2)*

Sa tendance naturelle à chercher à résoudre le système d'équations de manière analytique reflète aussi des réflexes développés lors de sa formation mathématique axée sur les méthodes analytiques traditionnelles. Il est intéressant de soulever que cette tendance à privilégier la résolution de problèmes avec des méthodes analytiques s'appuie sur la supposition que les problèmes présentés peuvent être résolus analytiquement.

Marianne remet en question les techniques enseignées en soulignant leurs limites lorsque les étudiants doivent effectuer la modélisation des phénomènes réels :

> Je trouve que c'est important. de connaître la limite de ces modèles-là, puis d'en être conscient quand tu fais de la modélisation. Puis moi, j'en parle beaucoup aussi des limites de la théorie. Mon plus bel exemple, c'est les intégrales. Quand je parle à mes étudiants après ça, en forme discrète, on fait d'autres choses. On vous a menti, les intégrales, ça n'existe pas, les fonctions qui ont une primitive. Tu décris un phénomène, c'est rare qu'il y ait une fonction qui décrit exactement le phénomène. Et cette fonction-là, probablement qu'elle n'a pas de primitive. Oublie ça, tes techniques d'intégration. *(Marianne, Entretien 2)*

Elle met en évidence que les fonctions utilisées pour décrire ces phénomènes sont souvent simplifiées pour correspondre aux méthodes analytiques disponibles, comme les techniques d'intégration classiques. Cependant, Marianne fait implicitement référence à une problématique

plus large : dans la réalité, les phénomènes complexes sont rarement décrits par des fonctions ayant des primitives, ce qui rend ces techniques insuffisantes. Elle suggère ainsi que l'enseignement se concentre sur des exercices qui, bien qu'appropriés pour les méthodes analytiques, s'éloignent des véritables comportements des phénomènes étudiés. Cette remarque trouve un certain écho chez Luke qui n'apprécie pas les exercices de calculs déguisés en modélisation dans les manuels de calcul différentiel et intégral. Ces réflexions ouvrent la porte à un questionnement plus large sur la pertinence des techniques enseignées. Sans y faire allusion directement, Marianne commande le recours aux méthodes numériques et aux données empiriques pour valider ou réfuter les solutions proposées par les équations censées décrire l'évolution des phénomènes étudiés. L'exemple des intégrales illustre comment les outils mathématiques utilisés en mathématiques peuvent souvent être simplifiés ou idéalisés au point de ne plus pouvoir représenter fidèlement les phénomènes réels, elle ouvre aussi la porte à l'enseignement des méthodes numériques. Ici, la compétence d'interprétation de la pensée critique permet de comprendre les implications des modèles et outils utilisés, tout en reconnaissant leurs limites.

La majorité des enseignants n'ont pas activement cherché à ouvrir la boîte noire du simulateur, probablement en raison de préoccupations pratiques ou d'une perception que leurs étudiants n'étaient pas encore prêts pour ce niveau de considérations. Marc-Antoine et Halle, dont les ateliers faisaient mention explicite de méthodes numériques, ont démontré une appréciation pour les moments où l'activité nécessitait une exploration plus approfondie des méthodes mathématiques utilisées. Toutefois, cette exploration semblait souvent réservée aux enseignants eux-mêmes plutôt qu'aux étudiants.

4.3.1.5 Analyse

La phase d'analyse dans la modélisation mathématique permet d'adapter le modèle en fonction des propriétés découvertes. Cette étape présente des avantages importants, tels que l'évolution et la transformation des modèles, l'intégration des considérations pratiques, et l'interprétation des concepts mathématiques. Cependant, elle comporte également des défis notables, notamment la compréhension de certains concepts, le manque de liens explicites entre

les concepts, la complexité des transformations nécessaires, et la capacité des étudiants à appliquer les théories apprises.

Dans cette phase d'analyse, l'identification des arguments et des raisons est essentielle pour comprendre comment différentes variables et différents systèmes peuvent être liés dans un modèle.

Un des apprentissages ou avantages notés par Marc-Antoine lors de l'analyse est l'approche progressive pour aborder les systèmes composant les échanges gazeux dans le cycle du carbone. Il explique :

> OK. Moi c'est ce que j'aime de voir vraiment que d'abord on avait deux systèmes qui étaient un peu disjoints et qui maintenant ne le sont plus. Surtout qu'on les a étudiés dans les deux parties de cette façon-là. *(Marc-Antoine, Entretien 2)*

Cette remarque fait référence à l'exercice sur le cycle du carbone, où le lecteur est invité à analyser dans un premier temps deux sous-systèmes. D'abord le sous-système constitué de l'atmosphère, de la biosphère terrestre et de la lithosphère (Voir Figure 9). Puis le sous-système constitué de l'océan profond et de l'océan de surface, ce dernier en interaction avec l'atmosphère (Voir Figure 10).

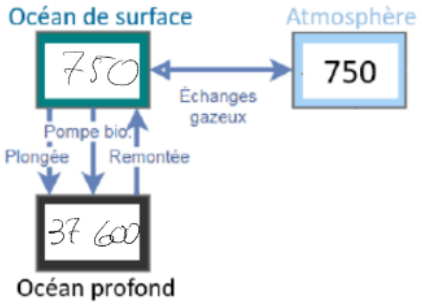


Figure 9 Flux de carbone entre l'atmosphère, l'océan de surface et l'océan profond

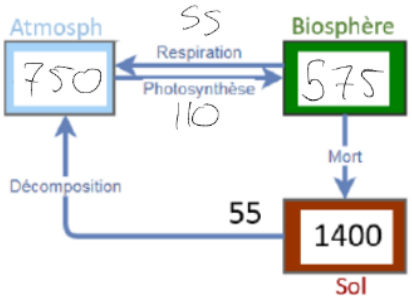


Figure 10 Flux de carbone entre l'atmosphère, la biosphère et le sol

En observant l'évolution du carbone dans les différents réservoirs, le lecteur peut voir comment des systèmes auparavant séparés (disjoints) deviennent interconnectés par des flux de matière, transformant la dynamique du modèle.

> En fait, on fait rarement de la modélisation de cette façon-là dans nos cours, ce qui est un peu... Puis je dois avouer que je trouve ça intéressant parce que moi-même quand tu sais - je prends le modèle SIR; quand je le traite, c'est pas le genre de chose que je me suis posé comme question. Mais je trouve ça intéressant de venir amener ça comme discussion dans d'autres modèles... *(Marc-Antoine, Entretien 2)*

L'approche progressive permet d'explorer les propriétés des systèmes, comme les points d'équilibre et les perturbations. Cette manière de faire peut aider à comprendre comment les systèmes répondent à des changements internes et externes, en utilisant des outils mathématiques tels que les équations différentielles pour modéliser ces dynamiques.

Lors de l'activité, une des questions invitait Marc-Antoine à analyser l'effet d'un règlement imposant un plafond sur les émissions de CO2. Le but est de déterminer à quelle valeur fixer ce plafond pour limiter l'augmentation de la température mondiale à 2°C entre 1990 et 2100. Les simulations permettent d'observer les effets à long terme de ces politiques sur les deux sous-systèmes étudiés par Marc-Antoine. Il a une réaction plutôt enthousiaste en lien avec cette question :

> Je pense que ça, c'est quelque chose qui les étudiants apprécient dans la modélisation : plutôt que de juste dire bon, la température va passer de ça à ça, c'est quelque chose de voir quand est-ce que ce système-là va avoir un impact sur le 2e. *(Marc-Antoine, Entretien 2)*

L'**analyse** permet aux enseignants d'inviter les élèves à questionner les résultats obtenus et à développer une pensée critique et à comprendre les implications des modèles qu'ils étudient dans le contexte donné.

Lorsque Marc-Antoine observe les interconnexions entre des systèmes initialement disjoints, il vérifie régulièrement la compréhension des relations inférentielles entre les concepts et s'assure

que ses conclusions sont logiques. Par exemple, lorsqu'il analyse l'effet d'un règlement sur les émissions de CO2, Marc-Antoine surveille activement comment les actions sur un sous-système influencent l'ensemble du modèle. Ce faisant, il met en pratique la compétence **auto-régulation**, en particulier, l'autosurveillance, associée à la pensée critique.

La compétence d'**explication** de la pensée critique intervient lorsque Marc-Antoine justifie les raisonnements et les choix effectués durant l'analyse. Par exemple, Marc-Antoine montre une capacité à expliquer les résultats de ses simulations, à comprendre comment des changements dans un sous-système en affectent un autre, et à articuler ces résultats sous forme d'arguments cohérents. Toutefois, Halle s'interroge sur les moyens à mettre en place pour que les élèves arrivent à effectuer de tels liens pour expliquer leurs observations.

> Pourquoi est-ce que ça dit que le système va avoir une quantité plus élevée, comme qu'il croît plus rapidement au début, puis après qu'il plafonne? Je ne suis pas sûre qu'eux, ils voient le lien dans ça, parce que moi, je ne leur ai pas montré ce lien-là. *(Halle, Entretien 2)*

Halle met en lumière l'importance de l'enseignement explicite des liens entre les concepts mobilisés. Le fait qu'Halle se préoccupe de la capacité des élèves à voir les liens non explicitement montrés, à travers la déduction ou l'inférence, souligne l'importance de développer la pensée critique, en particulier la compétence d'explication, chez les étudiants. Cela pourrait également constituer un argument en faveur d'un travail approfondi sur le sens et les propriétés des concepts en calcul différentiel et intégral. En effet, une meilleure compréhension des concepts mathématiques mobilisés nécessite non seulement de voir les connexions explicites entre eux, mais aussi de saisir les relations sous-jacentes qui peuvent ne pas être immédiatement apparentes. Encourager les élèves à poser des questions, à explorer les implications des modèles de manière autonome est une manière de favoriser cela, tout en s'assurant qu'ils puissent présenter et justifier les résultats obtenus dans la simulation à l'aide des méthodes numériques.

4.3.1.6 Interprétation et validation

La phase d'interprétation et de validation des résultats est importante pour s'assurer de la pertinence et de la fiabilité des simulations réalisées. Marianne, Marc-Antoine et Thomas discutent des aspects importants pour eux de cette phase de modélisation.

Dans la phase de validation, il faut s'assurer que les résultats obtenus par simulation sont cohérents non seulement avec le modèle initial mais surtout avec le phénomène que le modèle est censé représenter. Nous pouvons ainsi recourir à des données empiriques à ce moment. À ce sujet, Marc-Antoine exprime à la fois l'intérêt et les défis associés à cette étape :

> En particulier cette activité-là est montée de cette façon-là, là, d'une question à l'autre, tu peux toujours le réfléchir autant d'une façon mathématique, de façon biologique. […] C'est quoi que ces fameuses bulles représentent ? Là je trouve que ça devient difficile de juste voir les cinq bulles qui sont là, pis de les traiter de façon mathématique. On n'a pas le choix de d'essayer de comprendre ce qui se produit. *(Marc-Antoine, Entretien 2)*

Les cinq bulles dont parle ici Marc-Antoine réfèrent aux réservoirs de carbone associés aux zones définies dans le modèle conceptuel pour représenter le cycle du carbone, réservoirs liés par des flux qui décrivent le déplacement du carbone d'une zone à l'autre. Cela illustre les divers éléments d'un modèle qu'il faut comprendre pour interpréter et valider de manière critique autant les résultats que le modèle. Cela exige une synthèse et une analyse approfondies, où la validation ne peut se faire uniquement sur une base mathématique. Il faut également intégrer une compréhension contextuelle plus large, qui peut devoir faire appel à d'autres disciplines (la biologie, la chimie et la physique ici) afin que les résultats soient cohérents et reflètent adéquatement la réalité étudiée. La compétence **d'évaluation** de la pensée critique intervient ici pour évaluer la qualité des résultats, en veillant à ce que ces résultats soient cohérents tant sur le plan mathématique que dans le contexte d'où provient ce problème et qui est soumis à certains principes ou lois scientifiques.

Thomas perçoit la phase de l'interprétation et la validation, comme un endroit où exercer sa pensée critique :

> C’est une bonne idée de peut-être pas prendre le modèle pour la vérité absolue. Donc oui, ça peut aider la pensée critique dans ce sens-là. C'est ça, des fois quand un modèle nous donne des choses absurdes, qui nous semblent absurdes, bien ça vaut la peine de le remettre en question. Donc de retourner aux hypothèses, de retourner à la source pour voir quelle approximation on a faite qui n'était peut-être pas juste. *(Thomas, Entretien 2)*

Thomas met en évidence l’importance de ne pas accepter aveuglément les résultats produits à partir d’un modèle, mais plutôt de les analyser de façon critique et de les interpréter, notamment en revenant aux hypothèses et simplifications initiales.

Pour Zachary et Halle, la validation s’exprime respectivement par le recours aux données initiales et la vérification de la concordance des unités du problème. Zachary insiste sur le fait que le simulateur est un outil réel et fiable. La fiabilité, pour lui, se traduit par l’adéquation des résultats. Même si quelqu'un d'autre avait accès aux données recueillies sur le terrain, il pourrait observer des phénomènes similaires, ce qui renforce la crédibilité du simulateur en tant qu'outil de modélisation. Les résultats issus de ces données sont tout aussi importants, selon Zachary :

> Donc c'est plus utilisé dans une optique de développement d'un modèle, le simulateur. Évidemment, quelqu'un a fait le simulateur et connaît le modèle, mais le simulateur, c'est aussi un vrai simulateur dans le sens où si quelqu'un collectait des données et avait accès aux données, il verrait ça aussi. *(Zachary, Entretien 2)*

Bien qu’il ait développé le réflexe de se référer à la comparaison entre les données réelles et les résultats du simulateur, Zachary semble convaincu d’emblée de la validité de ce dernier. Zachary suggère que les simulateurs bien conçus peuvent être des représentations intéressantes des systèmes existants. Toutefois, il est important de souligner la pertinence de l'évaluation critique dans ce processus. Pour qu’un modèle soit utile et précis, il est essentiel d'évaluer la logique des relations inférées entre les variables, ce qui correspond parfaitement aux sous-compétences d'évaluation de la pensée critique. Lorsqu'un modèle ou un simulateur est créé, il est important d'évaluer la qualité des données utilisées, ainsi que leur pertinence par rapport aux paramètres du système.

Halle ajoute que le recours aux unités peut aussi servir à la validation des résultats :

> Mais c'est important de garder en tête qu'est-ce que tu calcules, parce que moi je leur demande souvent, est-ce que ta réponse, elle a du sens? Pis t'sais, si t'as les unités, c'est là que tu peux un peu voir, ben, la quantité, t'sais, comme 3 mètres par seconde, c'est pas la même chose que 3 kilomètres par seconde, comme, il y a une différence, là. Donc, ce sont vraiment les unités qui vont leur permettre de savoir, pas juste la valeur numérique, mais avec les unités, ben, est-ce que ta réponse, elle a du sens ou non dans le contexte. *(Halle, Entretien 2)*

En demandant aux étudiants de vérifier si leur réponse a du sens, Halle les encourage à exercer leur pensée critique. En incitant les étudiants à assurer la validité numérique de leur réponse et la cohérence contextuelle des unités, Halle les encourage à développer la compétence de l'**auto-régulation**. Par exemple, en vérifiant les unités de la dérivée, les étudiants peuvent corriger une mauvaise interprétation ou une erreur de calcul. Cela les aide à affiner leur compréhension et à corriger leurs erreurs de manière autonome. De plus, en insistant sur l'inscription des unités lors de l'étude des problèmes, Halle encourage aussi le développement de la sous-compétence d'autosurveillance. Elle encourage les étudiants à vérifier chaque étape de leur raisonnement pour s'assurer que les unités sont appropriées et que les résultats sont cohérents au contexte.

La démarche d'interprétation et de validation des résultats implique non seulement la compétence d'**interprétation** de la pensée critique, qui permet d'évaluer la cohérence des résultats avec les hypothèses de départ, mais aussi la compétence d'**explication**, nécessaire pour justifier les choix méthodologiques et les approximations en découlant. La modélisation n'étant pas un processus strictement linéaire, il est souvent nécessaire de revisiter les phases antérieures, particulièrement lorsque des incohérences ou des résultats inattendus surgissent. Ici, l'autorégulation joue un rôle clé en permettant de remettre en question les résultats, de réviser les hypothèses, et de corriger le modèle en fonction d'une meilleure compréhension du phénomène étudié. Cette capacité à surveiller et ajuster ses propres processus cognitifs assure que les modèles restent pertinents et en phase avec la réalité observée.

4.3.2 Réponse à la 2ème question de recherche

Dans cette section, nous aborderons les défis et succès vécus par les enseignants lors de l'activité de modélisation. Par la suite, nous identifierons les phases lors desquelles les enseignants ont pu mettre en application des compétences de pensée critique. Le codage nous a permis de mettre en évidence les phases où les enseignants avaient des questionnements ou des commentaires face aux aspects pratiques de la modélisation. Ces éléments contribueront à répondre à notre deuxième question de recherche en rendant visibles les moments précis lors des phases de modélisation où la pensée critique intervient.

4.3.2.1 Les défis et succès mathématiques lors de l'activité de modélisation

D'emblée, les enseignants ont parfois manifesté des questionnements quant à ce que la modélisation signifiait. À la complétion des ateliers, certains d'entre eux ont manifesté un étonnement quant à l'absence de construction ou la présence d'une construction partielle d'un modèle – des moments appartenant aux deux premières phases du processus. Ces questionnements suscitent une réflexion quant à la perception qu'ils attribuent à l'activité et au processus de modélisation. La formation initiale des enseignants semble incomplète voire insuffisante quant à la modélisation mathématique, ce qui explique les interrogations sur la construction de modèles complets ou partiels. Cette situation reflète un besoin de clarification sur les objectifs et les étapes du processus de modélisation, ainsi que d'une formation plus pratique et interdisciplinaire. La compréhension du contexte (non-mathématique) et le processus pour la structuration de la situation qui en provient posaient un défi également.

Les phases d'analyse et d'interprétation et validation se sont avérées particulièrement propices à l'exercice de la pensée critique. Les enseignants ont exprimé des difficultés importantes dans la mathématisation, notamment pour trouver l'équation appropriée au contexte. Certains enseignants préfèrent se concentrer sur les mathématiques « pures ». Noirfalise (2004) explique cette préférence en la liant à une tension souvent observée entre le travail des mathématiciens, axé sur la démonstration et la déduction à partir d'axiomes et de définitions, et celui de la modélisation, qui implique une justification des techniques de manière plus pragmatique, ce qui peut susciter un

certain inconfort chez les mathématiciens. La difficulté à trouver l'équation adéquate dans le processus de mathématisation ne découle pas d'un manque de compétences techniques, mais plutôt d'une formation insuffisante aux outils numériques et aux approches de modélisation. Renforcer les compétences en méthodes numériques permettrait de mieux surmonter ces obstacles et de diversifier les stratégies d'enseignement.

Bien que les outils technologiques soient reconnus par les enseignants comme utiles pour résoudre des problèmes de modélisation, il est important de noter que nombre d'enseignants ressentent des réticences à intégrer cela dans leur pratique, en raison d'un manque de formation spécifique. À cet effet, en ce qui concerne le traitement mathématique, l'accent a été mis sur le besoin de compétences en programmation et une flexibilité curriculaire permettant de troquer l'apprentissage de certaines techniques d'intégration pour celles des méthodes numériques. Une approche institutionnelle concertée, incluant des formations adaptées, pourrait atténuer cette réticence et encourager une meilleure intégration de la programmation et de l'usage des outils technologiques dans les cours de mathématiques. Ces outils permettent d'effectuer un traitement mathématique adéquat à la résolution d'un problème de modélisation. Le recours aux méthodes numériques permet aussi d'intégrer la modélisation mathématique dans l'enseignement actuel, mais le manque de formation initiale des enseignants aux méthodes numériques explique leur réticence à les adopter comme alternative aux techniques d'intégration. L'enseignement des méthodes numériques nécessiterait une approche interdisciplinaire[17] entre les mathématiques et la programmation, sans quoi les enseignants sont peu enclins à explorer ces techniques, en raison d'une formation insuffisante et de la disponibilité limitée des laboratoires. Si la collaboration interdisciplinaire s'avère essentielle pour l'intégration des méthodes numériques, elle doit s'accompagner de ressources didactiques et de temps supplémentaire pour les enseignants. Il est

[17] Notons qu'il est possible d'enseigner la méthode d'Euler à l'aide de Excel. Cependant, nos participants ont indiqué que les étudiants n'étaient pas à l'aise avec ce logiciel, rendant l'enseignement des méthodes numériques difficile à intégrer dans un cours aux heures déjà limitées, comme Calcul Intégral.

également indispensable de leur offrir une formation centrée sur les aspects pratiques des méthodes numériques, afin qu'ils puissent se sentir compétents et à l'aise avec ces nouvelles approches.

Il est intéressant de constater que d'emblée, les participants ne semblent pas avoir un a priori positif envers les cours de programmation qui seront implémentés, s'ils ne sont qu'ajoutés sans concertation avec les besoins des autres disciplines du programme. Cela souligne l'importance d'une approche institutionnelle collaborative, qui inclue les enseignants, comme cela a été fait au collège de Halle, lors des changements de programme, pour garantir un enseignement favorisant le développement global de l'élève.

Dans le cas où une meilleure collaboration entre les disciplines est possible, l'organisation praxéologique d'une tâche permettant d'apprendre et utiliser des méthodes numériques peut être décrite comme suit :

1. Type de tâches (T) : Trouver la solution générale d'une équation différentielle ou analyser qualitativement le comportement des solutions. Ce type de tâche pourrait être associé à l'élément de compétence « Effectuer l'analyse de problèmes liés aux sciences de la nature» de la compétence « Analyser des problèmes par l'application du calcul intégral»

2. Techniques (τ): Outre la technique des variables séparables, on pourrait ouvrir à la possibilité d'inclure la méthode d'Euler, une méthode simple pour obtenir une solution approchée d'une équation différentielle en utilisant des pas de temps discrets. Comme expliqué par Caron et al. (2022), pour une équation de la forme y' = f(x, y) où $y_0 = y(x_0)$ est connue et f(x, y) est donnée, il est possible de remplacer la dérivée $y' = \frac{dy}{dx}$ par une valeur approchée : $\frac{(y(x+\Delta x)-y(x))}{\Delta x}$, avec un Δx suffisamment petit. À l'aide du point initial, il est possible de construire la fonction en générant les valeurs et en appliquant une relation de récurrence pour approximer la valeur des y qui correspondent.

3. Technologie (θ) : La technologie ici correspond aux concepts mathématiques qui justifient la technique de la méthode d'Euler. Les méthodes numériques sont utilisées lors qu'il est

difficile, voire, l'impossible de trouver une solution analytique pour certaines équations différentielles. Dans de tels cas, les méthodes numériques, comme la méthode d'Euler, permettent d'obtenir des solutions approximatives de l'EDO. La méthode d'Euler s'appuie sur la définition de la dérivée, qu'elle discrétise, et sur le concept d'itération en appliquant le principe de récurrence. À chaque pas à partir du point initial, nous pouvons construire la solution. À chaque pas, la pente de la solution est exploitée pour extrapoler la valeur de y.

4. Théorie (Θ) : En analyse, les approximations permettent de comprendre comment une fonction peut être approchée, une idée utilisée dans les méthodes numériques. En calcul intégral, les idées de sommation pour intégrer ainsi que de convergence sont similaires à ce qui est fait en méthodes numériques. Cette théorie explique pourquoi l'approximation $y(x + \Delta x) \approx y(x) + \Delta x f(x, y)$ est valide.

Une telle organisation praxéologique pourrait contribuer à la compétence « Analyser des problèmes par l'application du calcul intégral» tout en intégrant les critères de performance suivant « utilisation appropriée des outils informatiques requis » et « démonstration d'un raisonnement mathématique rigoureux par l'utilisation de concepts, de propriétés et de théorèmes. » (MES 2021, p.26)

En visant le développement de « la compréhension des mécanismes internes de ces outils [technologiques] et de leurs limites intrinsèques » (Caron, 2007, p.197) chez les étudiants autrement dit, l'ouverture des boîtes noires que peut représenter l'intégration numérique effectuée par des logiciels comme *Insight Maker*, on pourrait tirer profit du fait que «l'usage d'outils technologiques pour les calculs aide à libérer du temps », comme le soulignait Caron (2007, p.189).

En ouvrant à l'ensemble des équations différentielles ordinaires, simples ou non, et, par conséquent, à une classe beaucoup plus large de problèmes résolubles, l'intégration d'une telle organisation praxéologique, permettrait aussi d'enrichir de façon substantielle l'outillage technique et conceptuel pour viser l'élément de compétence « Effectuer l'analyse de problèmes liés aux sciences de la nature. » (MES 2021, p.26)

Cette organisation permettrait d'offrir une partie des conditions gagnantes, d'un point de vue didactique, « pour travailler au niveau de la modélisation et pour développer de nouvelles capacités de résolution de problèmes, un sens de la complexité, et une saine modestie face aux problèmes issus du monde réel », comme le soulevait Caron (2007, p.189). Mais cela est-il encore envisageable dans un cours de 60 heures, sans couper ailleurs? L'intégration de concepts clés tels que les méthodes numériques, dans des cours déjà très denses impose des choix difficiles. Il devient alors important d'entamer une réflexion sur la priorisation des contenus, avec les enseignants, afin d'éviter de surcharger les programmes et de garantir une formation de qualité pour les étudiants. Peut-être devra-t-on accepter de s'en remettre exclusivement à l'épreuve-synthèse de programme pour initier aux méthodes numériques nécessaires à l'étude de systèmes dynamiques plus réalistes, comme le font déjà certains enseignants de physique (Tardif, 2024; Vézina, 2024).

4.3.2.2 L’exercice de la pensée critique lors du processus

À travers l’expérimentation des activités proposées, il était intéressant de constater que le recours à la pensée critique par les participants s'est effectué de manière plus naturelle lors des deux dernières phases du processus. Ces phases, l'analyse et l'interprétation-validation, sont les plus étroitement liées aux applications concrètes du modèle. Elles nécessitent d'évaluer comment les résultats mathématiques se traduisent dans des situations réelles, ce qui demande une compréhension du contexte, des implications, et des conséquences de ces résultats. Bien que les enseignants aient montré un certain manque de confiance quant à leur capacité à mobiliser les mathématiques dans des domaines en dehors de leur expertise, il est intéressant de constater que les phases d’analyse et d’interprétation-validation ont, malgré tout, favorisé l'exercice de la pensée critique chez les participants. Cependant, malgré le potentiel éducatif de ces deux phases, elles sont souvent perçues par les enseignants de mathématiques comme relevant davantage de l'expertise d'autres disciplines en raison de leur nature interdisciplinaire. Les participants, bien qu'ils reconnaissent la valeur de ces phases, préfèrent souvent en déléguer la responsabilité à des collègues d'autres disciplines, estimant que leur expertise propre est mieux exploitée dans des contextes purement mathématiques. Ce constat met en lumière un besoin de collaboration interdisciplinaire pour maximiser l'impact potentiel de l’enseignement de la modélisation mathématique et pour soutenir les enseignants de mathématiques à se sentir plus à l'aise dans ces phases du processus.

Les défis liés à l'intégration de la modélisation mathématique dans l'enseignement des mathématiques se manifestent principalement lors des phases directement liées aux notions mathématiques, comme la mathématisation et le traitement mathématique. Les enseignants ont exprimé un malaise ou un manque de clarté en lien avec l'application contextuelle des mathématiques, l’utilisation des représentations diagrammatiques pour illustrer le système et l’usage de concepts comme les flux pour en décrire les composantes. Certaines difficultés en lien avec le manque de formation ou encore le manque d’intérêt vers l’ouverture de l’application de mathématiques à d’autres disciplines rendent l’évaluation de l’exercice de la pensée critique dans

ces phases difficile, laissant les enseignants se concentrer sur les aspects plus techniques et abstraits de la discipline.

Le tableau 2, présenté à la section 2.3.3, caractérisait l'association du lien entre les six phases du processus de modélisation et les six compétences de la pensée critique. À la lumière de notre expérimentation avec les enseignants, nous avons mis à jour le tableau (Tableau 7) en identifiant les phases où les liens ont été validés **(en gras)** et les endroits où les liens anticipés n'ont pas pu être validés (en caractères normaux). Cela peut en partie être expliqué par le fait qu'en raison des contraintes de temps, tant pour les étudiants pour qui ces activités ont été conçues que pour les enseignants qui ont accepté de les expérimenter, nous ne pouvons prétendre faire vivre l'intégralité du processus de modélisation à travers les ateliers proposés.

Tableau 7 Validation de l'association entre les compétences de la pensée critique et les phases de modélisation

Phases de Modélisation Mathématique \ Compétences en Pensée Critique	**Interprétation**	**Analyse**	**Évaluation**	**Inférence**	**Explication**	**Auto-régulation**
Structuration – Simplification	**Comprendre et exprimer la signification des composantes clés. Catégoriser et clarifier les objectifs.**		Évaluer la crédibilité des hypothèses formulées. (Peu d'hypothèses ont été formulées par les participants.)			**Surveiller et ajuster le processus de structuration.**
Collecte de Données (prise en charge)			Évaluer la fiabilité des données et envisager des sources alternatives.	**Inférer des relations entre les données et les objectifs du modèle.**	Justifier le choix des données et leur intégration dans le modèle.	Réviser la stratégie de collecte en fonction des résultats.

Mathématisation		**Examiner les relations conceptuelles pour leur traduction mathématique.**		**Inférer des équations à partir du modèle conceptuel.**		Ajuster la mathématisation selon les besoins.
Traitement Mathématique (souvent pris en charge par le simulateur)				**Inférer des solutions à partir des traitements mathématiques**.		Réviser les méthodes en fonction des résultats obtenus.
Analyse		**Analyser les méthodes mathématiques pour résoudre le modèle.**			**Expliquer les résultats et leurs implications.**	**Réévaluer l'analyse et ajuster si nécessaire.**
Interprétation – Validation	**Décoder la signification de la solution et clarifier si la signification est cohérente avec la situation et les données.**		**Interroger les preuves qui justifient la solution. Envisager d'autres solutions et tirer des conclusions justifiées sur les informations disponibles.**		**Expliquer comment les résultats valident le modèle.**	**Réfléchir sur le processus, confirmer et apporter des corrections.**

4.3.3 Perception des enseignants du lien entre la modélisation et la pensée critique

Nous souhaitons souligner que lors du premier entretien, les enseignants abordent la pensée critique à travers le prisme de leur rôle spécifique en tant qu'enseignants de mathématiques. Ils associent alors cette pensée critique aux particularités de leur discipline et aux méthodes d'enseignement de celle-ci. En revanche, lors du deuxième entretien, ils adoptent une perspective plus générale du développement de la pensée critique, s'éloignant des spécificités de l'enseignement des mathématiques pour discuter de cette notion de manière plus globale voire interdisciplinaire. Cette variation dans leur discours est intéressante. Nous pensons qu'elle pourrait être liée aux éléments de modélisation qui mobilisent des concepts issus de plusieurs disciplines et laissent entrevoir la possibilité d'encourager une approche de la pensée critique dépassant les frontières de la seule discipline mathématique.

Bien que nous ayons étudié, en principe, la contribution de la modélisation dans l'exercice de la pensée critique, il nous semblait pertinent de savoir ce que les enseignants pensaient d'un tel lien. Alors, nous avons comparé les perceptions des enseignants quant à la contribution de la modélisation et celle des mathématiques dans le développement de la pensée critique.

Avant d'aborder les perceptions des enseignants concernant la contribution des mathématiques (M) et de la modélisation mathématique (MM) au développement de la pensée critique (PC), il apparaît pertinent de distinguer les différents types de relations qui ont émergé des témoignages des enseignants concernant le rapport aux savoirs étudiés. Les enseignants ont partagé une diversité de perceptions quant à la nature de cette contribution, et il est nécessaire de préciser ces distinctions pour éviter toute confusion :

- Relation unidirectionnelle (M/MM → PC) : Les mathématiques ou la modélisation contribuent au développement de la pensée critique.
- Relation inverse (PC → M/MM) : La pensée critique contribue au développement des compétences mathématiques ou de modélisation.

- Relation mutuelle (M/MM ↔ PC) : Il y a une interdépendance entre les mathématiques ou la modélisation et la pensée critique, suggérant que le développement des compétences dans l'un des domaines favorise le développement de la pensée critique, et vice versa.
- Relation indépendante ou non définie (M/MM || PC) : Les relations entre les mathématiques ou la modélisation mathématique et la pensée critique sont perçues comme indépendantes. Les compétences se développent de manière parallèle sans influence directe ou la contribution possible est jugée difficile à décrire.

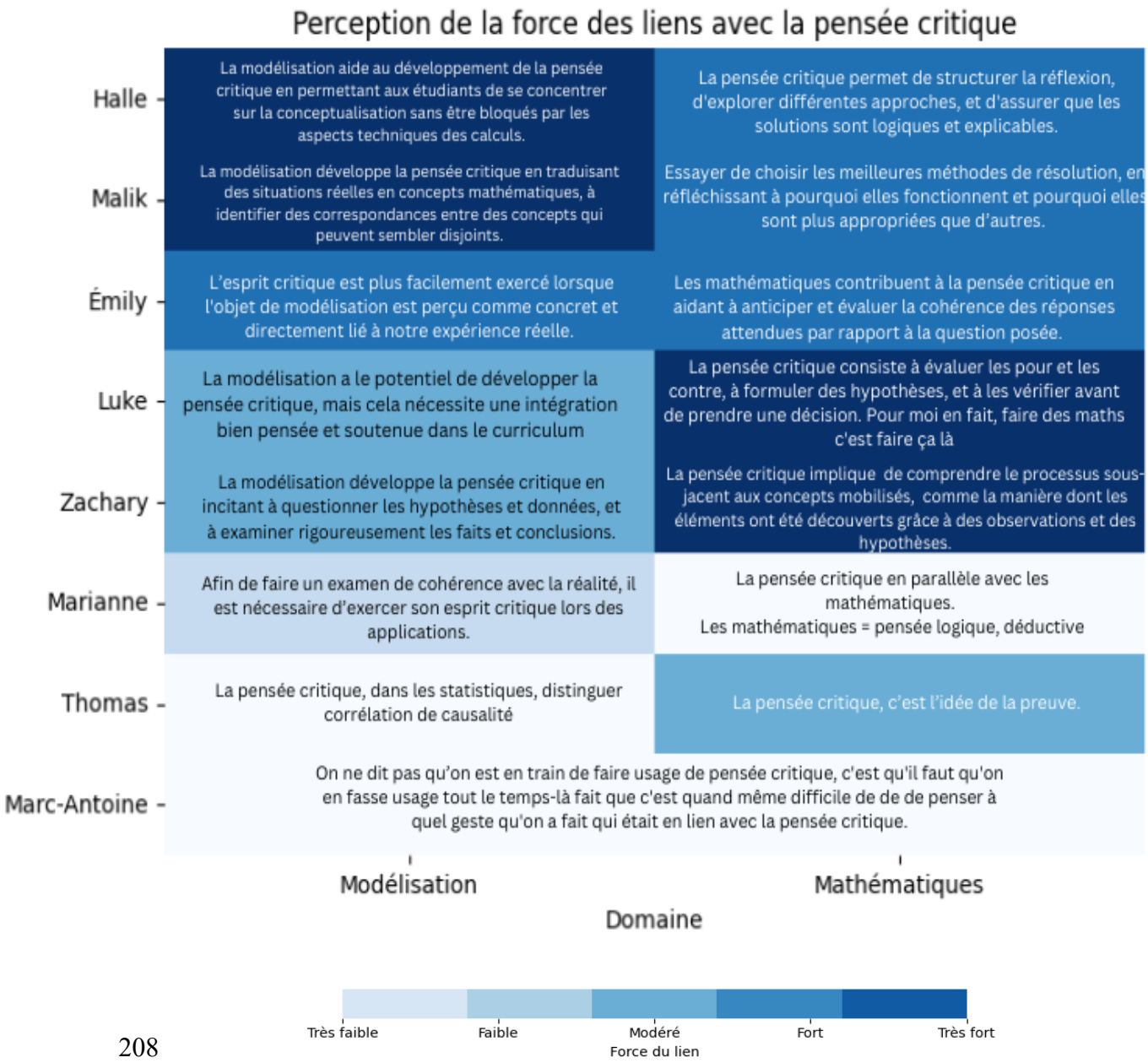
Considérant les différentes perceptions des enseignants concernant la nature du lien entre la pensée critique, les mathématiques ou la modélisation mathématique, nous discuterons plutôt de liens perçus entre pensée critique et modélisation ou mathématiques au lieu de parler des croyances en lien avec la contribution des mathématiques ou de la modélisation au développement de la pensée critique. La comparaison des contributions perçues de la modélisation et des mathématiques au développement de la pensée critique révèle des contrastes intéressants, comme illustré à la Figure 11.

Les enseignants qui perçoivent la pensée critique comme un aspect central de leur identité professionnelle peuvent plus facilement voir la valeur de la modélisation mathématique pour développer cette compétence. La modélisation peut renforcer la pensée critique en permettant aux étudiants d'analyser, de modéliser et de résoudre des problèmes complexes, reliant des concepts abstraits à des applications concrètes. Comme le soulignait une des participantes, l'aspect critique de la modélisation est particulièrement valorisant. Être en mesure de critiquer un modèle implique une compréhension profonde des principes sous-jacents et des limites des modèles utilisés. Les étudiants apprennent ainsi à ne pas accepter les modèles comme parfaits ou définitifs, mais à les voir comme des outils évolutifs qui peuvent être améliorés ou adaptés en fonction de nouvelles données ou perspectives. Cela nécessite toutefois une évolution des identités professionnelles, où les enseignants doivent voir au-delà de leur orientation théorique traditionnelle et intégrer des approches pratiques et contextuelles dans leur enseignement.

Ceux qui voient les mathématiques principalement comme une discipline de raisonnement logique, déductif et analytique, associent la pensée critique à des processus tels que la démonstration, la preuve et la rigueur mathématique. Pour eux, la modélisation, qui applique des concepts mathématiques à des situations concrètes, est perçue comme une étape plus pratique, ne nécessitant pas nécessairement le même niveau de réflexion critique que les mathématiques « pures » ou n'ont pas de penchant naturel à tenter de développer un tel lien. Ainsi, ils peuvent voir la pensée critique comme une compétence développée principalement à travers l'étude des mathématiques elles-mêmes, en dehors de leur application pratique, c'est ce qui explique, par exemple, les contrastes entre la force du lien perçue par Luke et Zachary et à l'opposé, Halle et Malik. Cela peut s'expliquer par le fait que ces enseignants peuvent avoir eu peu de contacts lors de leur formation initiale avec la modélisation et ensuite avoir été contraints ou influencés par des programmes qui valorisent les compétences procédurales, laissant peu de place à la modélisation dans leur enseignement. Par conséquent, ils associent plus naturellement la pensée critique à l'exercice des mathématiques elles-mêmes.

Pour synthétiser cette analyse, la Figure 11 montre un résumé des explications fournies par les enseignants concernant leurs perceptions sur le rôle des mathématiques et de la modélisation dans le développement de la pensée critique et inversement.

Figure 11 Schéma détaillé des liens perçus avec la pensée critique



Cette figure permet de mieux préciser leurs réflexions. En explorant ces justifications, on remarque que les enseignants qui privilégient les mathématiques à la modélisation voient souvent la pensée critique comme étant liée à des processus analytiques et déductifs. Ceux qui valorisent la modélisation l'associent davantage à l'application concrète des concepts théoriques. Cette distinction est importante car elle reflète des approches différentes dans l'enseignement des mathématiques et de la pensée critique. Ainsi, ceux qui reconnaissent l'importance de la pensée critique, mais qui ne l'intègrent pas activement dans leur enseignement, voient l'ajout du cours de probabilités et statistiques dans le nouveau curriculum comme un point d'entrée pour introduire ces compétences. Ces enseignants sont plus enclins à considérer le lien entre les statistiques et la pensée critique qu'entre la modélisation mathématique et la pensée critique.

Comme souligné dans la problématique, le programme préuniversitaire des Sciences humaines met un accent plus important que les autres programmes sur le développement de la pensée critique. Une des participantes a mis en lumière l'écart entre les intentions pédagogiques affichées et la réalité de l'enseignement. Bien que la pensée critique soit reconnue comme importante, les contraintes institutionnelles et le poids des programmes empêchent souvent sa mise en œuvre effective, entraînant une concentration sur les méthodes procédurales, d'une part, pour couvrir l'entièreté du programme et, d'autre part, pour satisfaire les étudiants, notamment en science de la santé, qui croulent sous la pression de performance.

Un autre des participants explique, que selon la volonté ministérielle, dans le contexte des sciences humaines, la pensée critique est souvent associée à des disciplines telles que la philosophie et la sociologie, qui encouragent l'analyse, l'interrogation et la remise en question des idées établies. Cette perception peut amener certains enseignants de domaines scientifiques, en particulier des mathématiques, à sous-estimer leur rôle potentiel dans le développement de ces compétences chez les étudiants.

5 Conclusion

5.1 Résultats principaux

L'étude que nous avons menée a permis d'explorer le potentiel de la modélisation mathématique non seulement comme un outil de résolution de problèmes, mais aussi comme un levier pour le développement de la pensée critique chez les étudiants au collégial.

Pour ce faire, nous nous sommes premièrement penchés sur le rapport qu'entretiennent les enseignants de mathématiques des programmes préuniversitaires comportant des cours de mathématiques à l'égard de la modélisation mathématiques. En suivant la définition présentée à la section 2.4.3, nous avons pu construire deux idéaux-types d'enseignants quant à leur rapport avec la modélisation. Premièrement, il y a les enseignants qui reconnaissent théoriquement sa valeur sans l'intégrer dans leur pratique. Ces derniers sont même prêts à permettre l'intégration de la modélisation mathématique si cela peut favoriser l'apprentissage des connaissances de leur discipline d'enseignement. Ensuite, il y a ceux qui sont curieux et désireux de l'utiliser, y voyant une opportunité de mettre les mathématiques au service du développement de compétences transposables au-delà du cadre strict de la discipline mathématique. Ce deuxième idéal-type est prêt à une telle intégration malgré des obstacles importants tels que la surcharge des curriculums, le manque de ressources didactiques, de temps, de formation ou de soutien institutionnel. Les réformes curriculaires suscitent de la méfiance chez le premier idéal-type, alors que le second y voit des opportunités. Néanmoins, la formation continue, le soutien institutionnel et la collaboration interdisciplinaire sont unanimement considérés comme des facteurs permettant de surmonter les défis liés à l'intégration de la modélisation mathématique.

Apports de l'intégration de la modélisation mathématiques

En principe, la modélisation mathématique favorise le développement des compétences de pensée critique, notamment à travers les phases de structuration, de simplification, d'analyse, d'interprétation et de validation. Ces étapes sont particulièrement propices à l'exercice de la pensée critique, car les activités effectuées avec les enseignants, nous avons pu observer qu'elles exigent

des modélisateurs qu'ils analysent, infèrent et évaluent les situations, des sous-compétences centrales à la pensée critique.

Ensuite, la contextualisation des concepts mathématiques[18] est un autre aspect clé qui a été soulevé lors de notre étude. La modélisation mathématique est perçue comme un moyen de construire et travailler le sens des concepts et notions mathématiques enseignées à travers des situations réelles, motivant ainsi l'engagement des étudiants. Cette contextualisation, tout en renforçant la pensée critique, a le potentiel d'inciter les étudiants à établir des liens entre les mathématiques et d'autres disciplines, mais aussi à évaluer des hypothèses et à comprendre les implications des résultats mathématiques sur le monde qui les entoure. Les enseignants reconnaissent le potentiel de la modélisation pour étudier les limites des modèles mathématiques, questionner les approximations et prendre conscience des hypothèses implicites. Ce lien entre les mathématiques et le monde réel, représente pour plusieurs des enseignants un lieu de développement de la pensée critique. La modélisation mathématique est perçue comme un moyen d'aborder la complexité, mais l'appel aux méthodes numériques et la compréhension des mécanismes « internes » des technologies pour faciliter ce lien n'apparaissent pas clairement dans le discours des enseignants que nous avons rencontrés. Ils évoquent plutôt l'interdisciplinarité et espèrent une collaboration avec leurs collègues pour une éventuelle intégration de la modélisation dans leur pratique. Or, en incitant les étudiants à ne pas accepter passivement les résultats produits par des logiciels, mais à les remettre en question, à les vérifier et à les justifier, on encourage l'appel à la pensée critique.

La modélisation mathématique, en faisant appel à des sous-compétences de pensée critique, notamment à travers des phases d'analyse et de validation, et en contextualisant les mathématiques

[18] Rappelons tout de même que la distinction entre la « modélisation » et l'« application » demeure floue pour de nombreux enseignants, ce qui peut influencer la perception de certains apports perçus.

dans des situations réelles, peut représenter, en principe, un moyen de contribuer à inscrire le cours de mathématiques dans le développement de la pensée critique tel que visé par les programmes.

Limites à l'intégration de la modélisation mathématique

Cependant, quelques limites et défis se sont présentés dans la réflexion entourant une telle intégration. Les enseignants ont généralement une aisance limitée avec les phases de la modélisation et les compétences de pensée critique. Bien que celles-ci présentent des liens théoriques directs, leur mise en œuvre conjointe pose des défis majeurs.

Premièrement, les phases de mathématisation et de traitement mathématique sont perçues comme particulièrement difficiles, tant pour les enseignants que pour les étudiants. La difficulté réside souvent dans la transition entre le contexte réel et l'équation mathématique, et dans la traduction de concepts non mathématiques en représentations mathématiques. Les enseignants reconnaissent avoir besoin d'accompagner leurs étudiants en explicitant le processus pour arriver à une telle transition.

Certains enseignants estiment que les liens entre les mathématiques et les contextes appliqués ne présentent pas suffisamment de bénéfices directs pour justifier leur intégration dans l'enseignement des mathématiques. Il y a aussi certains enseignants qui ont envie d'intégrer la modélisation dans leur pratique, mais ces derniers ne se sentent pas à l'aise avec l'application au contexte proposé des mathématiques en raison d'un manque de formation spécifique en modélisation. Par exemple, la compréhension des concepts de flux dans les modèles dynamiques n'est pas toujours claire, même pour les enseignants. Ensuite, le fait que les enseignants soient peu enclins à recourir aux méthodes numériques ou à ouvrir les boîtes noires des logiciels de simulation peut limiter la profondeur d'analyse du processus de modélisation et son transfert à de nouvelles situations.

La pensée critique est reconnue par les enseignants de mathématiques comme une compétence essentielle tant au sein de la discipline scolaire que dans la formation collégiale. Toutefois, en nous basant sur l'expérience de huit enseignants, nous avons constaté qu'il est

difficile, en pratique, d'exploiter la modélisation pour inscrire les mathématiques comme discipline contributoire au développement de la pensée critique dans le curriculum collégial.

Néanmoins, les enseignants demeurent ouverts à activement considérer un enseignement des mathématiques de manière à ce que les savoirs scolaires puissent contribuer au développement de la pensée critique, notamment en valorisant une compréhension conceptuelle plutôt que procédurale auprès de leurs étudiants. Ils nomment, toutefois, une certaine difficulté à pleinement inscrire cette manière de faire dans leur pratique en raison des contraintes institutionnelles et du curriculum axé sur les aspects procéduraux des mathématiques. Les enseignants souhaitent donc une réduction du contenu à couvrir et l'accès à des ressources pour pouvoir adapter leur enseignement afin de favoriser le développement de la pensée critique chez leurs étudiants.

5.2 Apports et limites de l'étude

Notre étude s'inscrit dans la continuité des recherches s'intéressant aux rapports aux savoirs des enseignants de disciplines scientifiques et mathématiques entamées par Capiello et Venturini (2011), Carnus et al. (2020), Calmettes (2005), Chenevotot et al. (2019) ainsi que Therriault et al. (2017). À notre connaissance, cette étude est la première à s'intéresser à la fois à l'articulation entre les phases de modélisation et les compétences de pensée critique, et à celle entre le rapport aux savoirs et la modélisation mathématique. En ce sens, elle contribue à mieux comprendre les facteurs influençant l'intégration de la modélisation mathématique dans la pratique enseignante. L'identification, par les enseignants, du manque de formation continue en lien avec la modélisation mathématique pourrait permettre le développement des perspectives en matière de formation continue. Comme soulevé par Jablonka (2020), bien que le raisonnement mathématique soit fréquemment lié à la pensée critique, le lien entre les mathématiques et la pensée critique est encore peu théorisé dans le domaine de la didactique des mathématiques. L'association que nous avons proposée entre les phases de modélisation et les compétences de pensée critique permet de contribuer à davantage décrire ce lien sous-théorisé. De plus, notre étude offre une analyse spécifique concernant la place de la modélisation mathématique dans les pratiques des enseignants de mathématiques au collégial, un groupe moins étudié dans la littérature scientifique.

Notons que les participants n'ont pas été interrogés directement sur la contribution de la modélisation mathématique au développement de la pensée critique, qu'elle soit bidirectionnelle ou univoque. Bien que ce choix ait été fait pour éviter d'influencer les réflexions des participants, cette omission pourrait limiter la portée des conclusions. Une exploration plus approfondie, invitant les participants à examiner différents aspects de la relation entre les mathématiques, la modélisation mathématique, la pensée critique, pourrait être intéressante.

Comme l'étude a été menée sur une courte période, elle n'illustre pas les évolutions potentielles des perceptions et pratiques des enseignants, qui peuvent changer avec l'expérience et une exposition soutenue à la modélisation mathématique. L'étude met en évidence le manque de formation continue, mais ne suit pas les enseignants dans des programmes de formation continue sur la modélisation mathématique. Cela limite aussi la compréhension des effets potentiels de la formation sur l'évolution des perceptions et des pratiques des enseignants. L'étude se concentre sur un échantillon de seulement huit enseignants au collégial. Bien que ces enseignants puissent fournir des perspectives intéressantes dans le cadre d'une étude exploratoire, ce nombre relativement restreint ne peut représenter la diversité des profils des enseignants de mathématiques dans le contexte préuniversitaire. De plus, il est possible que les enseignants ayant accepté de participer à l'étude soient ceux qui ont déjà un intérêt pour la modélisation mathématique ou la pensée critique, ce qui pourrait biaiser les résultats. Les enseignants moins intéressés ou plus réticents à ces concepts pourraient ne pas être représentés de manière adéquate.

L'étude se concentre principalement sur la modélisation à l'aide d'équations différentielles ordinaires et des concepts de calcul différentiel et intégral. Cela limite la portée des conclusions aux contextes où ces outils sont pertinents, excluant d'emblée d'autres approches de modélisation mathématique qui pourraient être plus appropriées pour différents programmes. L'étude cible aussi le contexte particulier que représente le milieu collégial. Les conclusions pourraient ne pas être applicables directement à d'autres systèmes éducatifs avec des structures curriculaires et des contextes institutionnels différents.

Sur le plan méthodologique, l'absence d'interaction directe avec les étudiants limite notre capacité à saisir le potentiel de la modélisation mathématique au collégial et son impact sur leur apprentissage. L'étude se concentre sur les perceptions des enseignants, mais n'étudie pas directement l'efficacité de l'intégration de la modélisation mathématique sur le développement de la pensée critique ou l'apprentissage des étudiants. Des études expérimentales ou longitudinales seraient nécessaires pour évaluer ces impacts. De plus, l'étude se concentre uniquement sur les perceptions et pratiques des enseignants, sans inclure celles des étudiants. Comprendre comment les étudiants perçoivent la modélisation mathématique et son impact sur leur apprentissage permettrait d'enrichir nos conclusions.

5.3 Prolongements

Bien que la conceptualisation entre les phases de modélisation et les compétences de pensée critique soit un apport de notre étude, il n'a pas été possible de la mettre complètement à profit, car nous n'avons pas réalisé l'entièreté du processus de modélisation avec les enseignants. Il serait donc intéressant de poursuivre l'étude en se concentrant sur l'articulation entre le processus de modélisation et la mise en œuvre des compétences de pensée critique lors de la transition d'une phase à une autre. Pour ce faire, il serait intéressant d'étudier le potentiel d'intégration de la modélisation mathématique dans les cours d'algèbre linéaire et dans le nouveau cours obligatoire de probabilités et statistique en Sciences de la Nature.

Il serait également pertinent d'élargir l'étude aux programmes de Sciences Humaines ou les doubles DEC, tels que Sciences de la nature et Sciences humaines, en examinant comment la modélisation mathématique peut être intégrée dans ces contextes interdisciplinaires. Une telle exploration pourrait permettre l'étude des notions mathématiques mobilisées selon les programmes, tout en offrant une perspective sur l'interaction entre les savoirs mathématiques et les enjeux sociaux ou culturels. De plus, il serait enrichissant d'examiner comment les enseignants offrant des cours dans ces programmes perçoivent les mathématiques dans ces contextes,

notamment en ce qui concerne leur utilité, leur pertinence sociale ou culturelle et la façon dont ils intègrent la modélisation dans leur pratique.

5.4 Mot de la fin

Face aux défis sociaux et scientifiques auxquels ma génération et les suivantes seront confrontés, j'ai ressenti très tôt le besoin de comprendre comment notre discipline et sa communauté peuvent contribuer à trouver des solutions. Mon premier contact avec la modélisation mathématique, durant mes études de premier cycle, m'a ouvert des perspectives pour explorer une piste de réflexion. Cependant, j'ai rapidement été confrontée à une séparation, d'abord entre les mathématiques pures et appliquées, puis entre les sciences sociales et les sciences pures.

Au début de mon parcours en didactique des mathématiques, j'ai cherché à comprendre l'origine de cette division, son utilité, et comment nous pourrions la réduire ou même passer outre celle-ci. Mes recherches, ainsi que diverses lectures, m'ont permis d'approfondir ma réflexion grâce aux contributions de différents penseurs et chercheurs, notamment Caron et Bélair (2007), qui observent :

> We could not ignore the differences in treatment between social and purely scientific subjects. In this sense, there are ill recognised virtues in considering social sciences topics for modelling exercises. Since many social contexts are familiar to most students, this class of topics seems to alleviate significantly the problem of the prerequisites, which completely paralyses modelling efforts in very technical disciplines, where the formulation of the real-world situation itself requires demanding a priori knowledge. In addition, it is often much easier to get access to social data (for example, via a national statistical agency). Finally, these social contexts seem to favour a critical analysis of the model(s) used and a broadening of the research.[19]

[19] Nous ne pouvions ignorer les différences de traitement entre les sujets sociaux et strictement scientifiques. En ce sens, il existe des vertus méconnues à considérer les sujets provenant des sciences sociales pour les exercices de modélisation. Étant donné que de nombreux contextes sociaux sont familiers à la plupart des étudiants, cette catégorie de sujets semble considérablement alléger l'enjeu concernant les prérequis, qui paralysent totalement les efforts de modélisation dans des disciplines très techniques, où la formulation même de la situation réelle exige des connaissances préalables. De plus, il est souvent beaucoup plus facile d'accéder aux données sociales (par exemple, via un organisme national de statistique). Enfin, ces contextes sociaux semblent favoriser une analyse critique des modèles utilisés et un prolongement de la recherche. [Traduction libre]

Ce mémoire est né du désir de comprendre comment les mathématiques postsecondaires, et en particulier leur enseignement, pourraient permettre aux étudiants d'apprécier les contributions de la discipline mathématique et de mobiliser l'ensemble des connaissances à leur disposition afin de résoudre des problèmes concrets. Bien que mes questions concernant les raisons de la division entre les disciplines restent en partie sans réponse, les réflexions issues de cette quête soulignent l'importance primordiale de fournir les efforts nécessaires pour passer outre ces distinctions et tirer pleinement parti de toutes les disciplines et de leur complémentarité afin de former des citoyens capables d'appréhender, d'évaluer et de proposer des solutions à des problèmes concrets.

6 Bibliographie

Adiga, A., Dubhashi, D., Lewis, B., Marathe, M., Venkatramanan, S., et Vullikanti, A. (2020). Mathematical Models for COVID-19 Pandemic: A Comparative Analysis. *Journal of the Indian Institute of Science*, *100*(4), 793–807. https://doi.org/10.1007/s41745-020-00200-6

Andersan, P., Seaquist, C. (1999), Using Starlogo to introduce differential equations, *Electronic Proceedings of the Twelfth Annual Conference on Technology in Collegiate Mathematics*. Chicago. http://archives.math.utk.edu/ICTCM/EP-12/C18/pdf/paper.pdf

Arslan, S. (2010). Do students really understand what an ordinary differential equation is?. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *41*(7), 873-888.

Avci, B. (2018). Critical Mathematics Education. Leiden, The Netherlands: Brill. https://doi.org/10.1163/9789004390232

Baily, M. N., Litan, R. E., & Johnson, M. S. The Origins of the Financial Crisis. 77-85. https://doi.org/10.1002/9781118266588.ch11

Bakker, A., Kent, P., Hoyles, C., & Noss, R. (2005). Techno-mathematical Literacies in the Workplace. Mathematics Statistics and Operational Research, 5. https://doi.org/10.11120/msor.2005.05010016

Barbrook-Johnson, P., & Penn, A. S. (2022). System Dynamics. In P. Barbrook-Johnson & A. S. Penn (Éds.), *Systems Mapping : How to build and use causal models of systems* (p. 113-128). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-031-01919-7_8

Barquero, B., Bosch, M., et Romo, A. (2018). Mathematical modelling in teacher education : Dealing with institutional constraints. *ZDM*, *50*(1), 31-43. https://doi.org/10.1007/s11858-017-0907-z

Basu, S., et Andrews, J. (2013). Complexity in Mathematical Models of Public Health Policies : A Guide for Consumers of Models. *PLOS Medicine*, *10*(10), e1001540. https://doi.org/10.1371/journal.pmed.1001540

Bélair, J. (2004). Chaos et complexité, modèles et métaphores: quelles leçons pour l'enseignement des mathématiques? Actes du colloque du Groupe des didacticiens des mathématiques du Québec GDM 2004: Affronter la complexité: Nouvel enjeu de l'enseignement des mathématiques? (pp. 135-145). Québec, Université Laval.

Benis-Sinaceur, H. (2014). Facets and Levels of Mathematical Abstraction. *Philosophia Scientiæ. Travaux d'histoire et de Philosophie Des Sciences*, *18-1*, Article 18-1. https://doi.org/10.4000/philosophiascientiae.914

Boero, P., Dreyfus, T., Gravemeijer, K., Gray, E., Hershkowitz, R., Schwarz, B. B., Sierpinkska, A. & Tall, D. (2002). Abstraction: Theories about the emergence of knowledge structures. In *Proceedings of the 26th PME Conference* (Vol. 1, pp. 111-138).

Bicer, A. (2021). Multiple representations and mathematical creativity. *Thinking Skills and Creativity*, *42*, 100960. https://doi.org/10.1016/j.tsc.2021.100960

Biembengut, M. S., & Hein, N. (2009). Mathematical Modeling: Implications for teaching. In *Springer eBooks* (pp. 481–490). https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0561-1_41

Blanchard, P. (1994). Teaching differential equations with a dynamical systems viewpoint. *The college mathematics journal*, *25*(5), 385-393.

Blomhoj, M. 2003. « Developing Mathematical Modelling Competence: Conceptual Clarification and Educational Planning ». Teaching Mathematics and Its Applications 22(3):123-39. doi: 10.1093/teamat/22.3.123.

Blomhøj, M., & Jensen, T. B. (2007). What's all the Fuss about Competencies? In *Springer eBooks* (pp. 45–56). https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_3

Blum, W. (1993). Mathematical modelling in mathematics education and instruction. In T. Breiteig, I. Huntley, et G. Kaiser-Messmer (Eds.), *Teaching and learning mathematics in context* (pp. 3–14). Chichester, UK: Ellis Horwood.

Blum, W., & Leiss, D. (2007). How do Students and Teachers Deal with Modelling Problems? In *Elsevier eBooks* (pp. 222–231). https://doi.org/10.1533/9780857099419.5.221

Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? some answers from empirical research. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling, 15–30. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_3

Boccara, N. (2010b). Modeling complex systems. In *Graduate texts in physics*. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-6562-2

Boisvert, J. (1999). La formation de la pensée critique. Théorie et pratique. Saint-Laurent: Éditions du renouveau pédagogique/Bruxelles: De Boeck Université.

Boisvert, J. (2004) Pensée critique et programmes d'études au collégial. Examen de la formation de la pensée critique en Sciences de la nature, Design d'intérieur et Soins infirmiers, rapport de recherche PAREA, Fonds de rayonnement pédagogique, Cégep Saint-Jean-sur-Richelieu, XVII, 266 p.

Borba, M. C., & Skovsmose, O. (1997). The Ideology of Certainty in Mathematics Education. *For the Learning of Mathematics*, 17(3), 17–23. http://www.jstor.org/stable/40248248

Bouculat, N. (2003). Chapitre 12. Argumenter en mathématiques. Dans : Emmanuèle Auriac-Slusarczyk éd., *Je parle, tu parles, nous apprenons: Coopération et argumentation au service des apprentissages* (pp. 251-261). Louvain-la-Neuve: De Boeck Supérieur. https://doi.org/10.3917/dbu.auria.2003.01.0251

Bouleau, N. (2001). Hasard, modélisation et pensée critique. *Conférencea l'Université des Sciences et Techniques de Lille*, *15*.

Bouleau, N. (2002). Y a-t-il lieu d'envisager des Mathématiques Post-modernes? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *34*(4), 120-126. https://doi.org/10.1007/BF02655805

Bouleau, N. (2014). Modèles et interprétation. Dans *La modélisation critique* (p. 101-122). Éditions Quæ. https://doi.org/10.3917/quae.nicol.2014.02.0101

Bressoud, D., Ghedamsi, I., Martinez-Luaces, V., & Törner, G. (2016). Teaching and Learning of Calculus. In D. Bressoud, I. Ghedamsi, V. Martinez-Luaces, & G. Törner (Éds.), *Teaching and Learning of Calculus* (p. 1-37). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-32975-8_1

Bressoud, D. M. (2021). The strange role of calculus in the United States. *ZDM – Mathematics Education*, *53*(3), 521-533. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01188-0

Brown, J. P. (2019). Real-World Task Context : Meanings and Roles. In G. A. Stillman et J. P. Brown (Éds.), *Lines of Inquiry in Mathematical Modelling Research in Education* (p. 53-81). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-14931-4_4

Calmettes, B. (2010). Pragmatic analysis of ordinary practices. Pragmatic connection to the teaching act. Case study: Expert teachers in an investigative approach in physics. *RDST*, *2*, 235–272. https://doi.org/10.4000/rdst.354

Cappiello, P. & Venturini, P. (2011). Usages de l'approche socio-anthropologique du rapport au savoir en sciences de l'éducation et en didactique des sciences : étude comparatiste. *Carrefours de l'éducation*, 31, 237-252. https://doi.org/10.3917/cdle.031.0237

Cariou, D., & Laube, S. (2018). Chapitre 4. Croiser l'histoire des techniques et l'histoire pour construire un milieu didactique favorisant une pensée critique ? In *Pensée critique, enseignement de l'histoire et de la citoyenneté* (p. 71-91). De Boeck Supérieur. https://doi.org/10.3917/dbu.ethie.2018.01.0071

Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S., et Hsu, E. (2002). Applying Covariational Reasoning While Modeling Dynamic Events : A Framework and a Study. *Journal for Research in Mathematics Education*, *33*(5), 352-378. https://doi.org/10.2307/4149958

Carlson, M. P., Madison, B., et West, R. D. (2015). A Study of Students' Readiness to Learn Calculus. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, *1*(2), 209-233. https://doi.org/10.1007/s40753-015-0013-y

Carnus, M.-F., Buznic-Bourgeacq, P., Baillet, D., Therriault, G., & Vincent, V. (dir.). (2020). Rapport au(x) savoir(s) : quels sujets, quels savoirs ? Québec : Livres en ligne du CRIRES. En ligne : https://lel.crires.ulaval.ca/oeuvre/rapports-aux-savoirs-quels-sujets-quels-savoirs

Caron, F. (2001). Effets de la formation fondamentale sur les compétences d'étudiants universitaires dans la résolution de problèmes de mathématiques appliquées. [Thèse de doctorat]. Université de Montréal.

Caron, F. (2007). Chapitre 9. Mise à contribution de la notion de compétence pour guider le développement d'une pratique mathématique instrumentée. In *Environnements informatiques, enjeux pour l'enseignement des mathématiques* (p. 185-200). De Boeck Supérieur. https://doi.org/10.3917/dbu.flori.2007.01.0185

Caron, F. (2008). Pour une réelle intégration de la modélisation mathématique au secondaire. In A. Hasni et J. Lebeaume (dir.) *Interdisciplinarité et enseignement-apprentissage des sciences, technologies et mathématiques.*(pp.131-145). Sherbrooke-Lyon : Éditions du CRP-INRP.

Caron, F. (2015a). C06-Épidémie. *Insight Maker.* *https://insightmaker.com/insight/64Pj2zvoE8BD8AXUUQCqnP/C06-pid-mie*

Caron, F. (2015b). Modélisation et simulation de systèmes dynamiques. Bulletin de l'AMQ, LV(4), 38-58.

Caron, F., et Bélair, J. (2007). Exploring University Students' Competencies in Modelling. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, et S. Khan (Éds.), Mathematical Modelling (p.120-129). Woodhead Publishing. https://doi.org/10.1533/9780857099419.3.120

Caron, F., Lidstone, D., et Lovric, M. (2015). Complex dynamical systems. Working group report. In *Proceedings of the Canadian Mathematics Education Study Group 2014 Annual Meeting* (pp. 137–148). Disponible http://www.cmesg.org/wp-content/uploads/2015/05/CMESG2014.pdf.

Caron, F. (2018). Modelling Mathematical Modelling. *Proceedings of the 2017 Annual. Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group*, (pp.137-144). Disponible https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED589990.pdf .

Caron, F. (2019). Approaches to Investigating Complex Dynamical Systems. In G. A. Stillman et J. P. Brown (Éds.), *Lines of Inquiry in Mathematical Modelling Research in Education* (p. 83-103). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-14931-4_5

Caron, F., Gagnon, S., Guertin, P., Hodgson, B. R., & Dufour, S. (2022). *Quels incontournables pour une culture mathématique commune?* Bulletin AMQ, 62(3), 7-26. Association Mathématique du Québec. https://www.amq.math.ca/wp-content/uploads/bulletin/vol62/no3/4-incontournables.pdf

Chapman, O. (2007). Mathematical Modelling in High School Mathematics: Teachers' thinking and practice. In *Springer eBooks* (pp. 325–332). https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_34

Charlot, B. (1997). Du rapport au savoir : éléments pour une théorie, Paris, France, Anthropos

Charlot, G., Lecorre, T, Legrand, M., Leroux, A., & Di Martino, H. (2015). Le débat scientifique en classe : une démarche d'investigation collective pour une culture scientifique commune. In L. Theis (Ed.), *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques: enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* (pp. 847-860). Actes du colloque EMF 2015 – GT10.

Chenevotot, F., Galisson, M., & Baheux, C. (2019). Contribution à l'étude du rapport au savoir en mathématiques de neuf enseignants des écoles expérimentés. *ÉDucation & Didactique*, *13–3*, 83–108. https://doi.org/10.4000/educationdidactique.5110

Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 12(1), 73-112.

Chevallard, Y. (2003). Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques. Dans S. Maury et M. Caillot (dir.), *Rapport au savoir et didactiques* (p. 81-104). Paris : Fabert

Cormier, C., et Pronovost, M. (2016). Intérêt et motivation des jeunes pour les sciences : Portrait des étudiants collégiaux de sciences et leur appréciation des cours du programme.

Daghé, S. A., & Fluckiger, A. (2008). Quel débat pour quel objet d'enseignement? Croisement de deux études en français et mathématiques1. *Éducation & Didactique*, *2–2*, 43–62. https://doi.org/10.4000/educationdidactique.292

Damerow, P. (1996). Abstraction and Representation. In P. Damerow (Éd.), *Abstraction and Representation : Essays on the Cultural Evolution of Thinking* (p. 371-381). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-015-8624-5_10

Davis, B., et Sengupta, P. (2020). Complexity in Mathematics Education. In S. Lerman (Éd.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (p. 113-117). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_28

Derome, R. (2022). Intérêt croissant des étudiants pour la science au cégep - Québec Science. *Québec Science*. https://www.quebecscience.qc.ca/societe/interet-croissant-etudiants-science-cegep/

Doerr, H., Ärlebäck, J., et Misfeldt, M. (2017). *Representations of Modelling in Mathematics Education* (p. 71-81). https://doi.org/10.1007/978-3-319-62968-1_6

Durán, J. M., & Jongsma, K. R. (2021). Who is afraid of black box algorithms? On the epistemological and ethical basis of trust in medical AI. *Journal of Medical Ethics*, *47*(5), 329-335.

Duval, R. (2017). Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations. In *Springer eBooks*. https://doi.org/10.1007/978-3-319-56910-9

Ellis, J., Fosdick, B. K., et Rasmussen, C. (2016). Women 1.5 Times More Likely to Leave STEM Pipeline after Calculus Compared to Men : Lack of Mathematical Confidence a Potential Culprit. *PLOS ONE*, *11*(7), e0157447. https://doi.org/10.1371/journal.pone.0157447

Facione, P. (1990). Critical thinking: A statement of expert consensus for purposes of educational assessment and instruction (The Delphi Report).

Forrester, J. W. (1992). System dynamics and learner-centered-learning in kindergarten through 12th grade education. Text of remarks delivered December, 12, 1992.

Galbraith, P. 2007. Beyond the low hanging fruit. In Blum, W., Galbraith, P.L., Henn, HW. et Niss, M. (eds). *Modelling and Applications in Mathematics Education*. 14 th ICMI Study. New York, USA: Springer: 79-88.

Gibbs, A. M., et Park, J. Y. (2022). Unboxing mathematics : Creating a culture of modeling as critic. *Educational Studies in Mathematics*, *110*(1), 167-192. https://doi.org/10.1007/s10649-021-10119-z

Gibert, Anne-Françoise (2020). *Éduquer à l'urgence climatique.* Dossier de veille de l'IFÉ, n°133. Lyon : ENS de Lyon.

Goldenberg, E. P. (1997). Multiple Representations : A Vehicle for Understanding Understanding. In D. N. Perkins, J. L. Schwartz, M. M. West, & M. S. Wiske (Éds.), *Software Goes to School : Teaching for Understanding with New Technologies*. Oxford University Press. https://doi.org/10.1093/acprof:oso/9780195115772.003.0009

Gouvea, J. S., Sawtelle, V., Geller, B. D., & Turpen, C. (2017). A framework for analyzing interdisciplinary tasks: Implications for student learning and curricular design. *CBE—Life Sciences Education*, *12*(2), 187–205. https://doi.org/10.1187/cbe.12-08-0135

Gouvernement du Québec (2006). *Programme de formation de l'école québécoise. Éducation préscolaire Enseignement primaire.* Québec : Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport.

Guy-Gaytán, C., Gouvea, J. S., Griesemer, C., & Passmore, C. (2019). Tensions between learning models and engaging in modeling. *Science & Education*, *28*(8), 843–864. https://doi.org/10.1007/s11191-019-00064-y

Gravemeijer, K. (2007). Emergent Modelling as a Precursor to Mathematical Modelling. In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, et M. Niss (Éds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education : The 14th ICMI Study* (p. 137-144). Springer US. https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_12

Gravemeijer, K., Stephan, M., Julie, C., Lin, F.-L., et Ohtani, M. (2017). What Mathematics Education May Prepare Students for the Society of the Future? *International Journal of Science and Mathematics Education*, *15*(1), 105-123. https://doi.org/10.1007/s10763-017-9814-6

Guillemette, M. (2021). COVID-19: L'heure de la gloire de la modélisation – Québec Science. *Québec Science.* https://www.quebecscience.qc.ca/sante/covid-19-heure-gloire-modelisation/

Gutiérrez, J. A., & Gallegos, R. R. (2019). Mathematical Modeling in the Educational Field : A Systematic Literature Review. *Proceedings of the Seventh International Conference on Technological Ecosystems for Enhancing Multiculturality*, 718-725. https://doi.org/10.1145/3362789.3362811

Hagman, J. E., Johnson, E., et Fosdick, B. K. (2017). Factors contributing to students and instructors experiencing a lack of time in college calculus. *International Journal of STEM Education*, *4*(1), 12. https://doi.org/10.1186/s40594-017-0070-7

Handal, B., & Herrington, A. (2003). Mathematics teachers' beliefs and curriculum reform. *Mathematics Education Research Journal*, 15, 59-69. https://doi.org/10.1007/BF03217369

Hauge, K. H., et Barwell, R. (2017). Post-normal science and mathematics education in uncertain times : Educating future citizens for extended peer communities. *Post-Normal science in practice*, *91*, 25-34. https://doi.org/10.1016/j.futures.2016.11.013

Heard, J., Scoular, C., Duckworth, D., Ramalingam, D., & Teo, I. (2020). *Critical thinking: Skill development framework.* Australian Council for Educational Research. https://research.acer.edu.au/ar_misc/41

Hitt, F., & Dufour, S. (2021). Introduction to calculus through an open-ended task in the context of speed: representations and actions by students in action. ZDM, 53(3), 635–647. https://doi.org/10.1007/s11858-021-01258-x

Hummer, J. (2020). The evolution of teachers' conceptions of teaching mathematical modeling through participation in lesson study. *Mathematics Education Across Cultures: Proceedings of the 42nd Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. https://doi.org/10.51272/PMENA.42.2020-307.

Huson, C. J. (2016). Mathematical modeling from the teacher's perspective [PhD dissertation, Columbia University]. https://doi.org/10.7916/d82n529z

Jablonka, E. (2020). Critical Thinking in Mathematics Education. In: Lerman, S. (eds) *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_35

Jolicoeur, P.-L. (2020). Apprendre pour dialoguer et dialoguer pour apprendre. Pédagogie dialogique en classe collégiale. Québec: Livres en ligne du CRIRES. En ligne: https://lel.crires.ulaval.ca/sites/lel/files/pedagogie_dialogique_en_classe_collegiale.pdf

Joshua, S. & Dupin, J.J. (1993). Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques. Paris : Presses Universitaires de France.

Kaiser, G., Blomhøj, M., & Sriraman, B. (2006). Towards a didactical theory for mathematical modelling. *ZDM*, *38*(2), 82-85. https://doi.org/10.1007/BF02655882

King, P. M., Wood, P. K., & Mines, R. A. (1990). Critical Thinking Among College and Graduate Students. The Review of Higher Education, 13(2), 167-186. https://doi.org/10.1353/rhe.1990.0026

Knight, J. (2009). What Can We Do about Teacher Resistance?. *Phi Delta Kappan Magazine*, 90, 508 - 513. https://doi.org/10.1177/003172170909000711.

Krause, C. M., Di Martino, P., et Moschkovich, J. N. (2021). Tales from three countries : Reflections during COVID-19 for mathematical education in the future. *Educational Studies in Mathematics*, *108*(1-2), 87-104. https://doi.org/10.1007/s10649-021-10066-9

Kremer, L., & Ben-Peretz, M. (1980). Teachers' Characteristics and Their Reflection in Curriculum Implementation.. *Studies in Educational Evaluation*, 6, 73-82. https://doi.org/10.1016/0191-491X(80)90011-5.

Kunc, M. (2017). System dynamics : A soft and hard approach to modelling. *2017 Winter Simulation Conference (WSC)*, 597-606. https://doi.org/10.1109/WSC.2017.8247818

Kuzniak, A. (2024). Enseignement de la modélisation mathématique et construction du travail mathématique : une dynamique problématique. *Recherches en Didactique des Mathématiques. Numéro spécial: Synthèses et perspectives en didactique des mathématiques. Preuve, modélisation et technologies numériques,* 91-110. https://doi.org/10.46298/rdm.12907

Lefrançois, D., & Éthier, M.-A. (2008). Éducation à la citoyenneté et démocratie délibérative en classe d'histoire : Dangers et précautions. *Revue des sciences de l'éducation*, *34*(2), 443-464. https://doi.org/10.7202/019689ar

Legrand, M. (1993). Débat scientifique en cours de mathématiques et spécificité de l'analyse. *Repères*, 10, 123-158.

Lesseig, K., Nelson, T. H., Slavit, D., & Seidel, R. A. (2016). Supporting middle school teachers' implementation of STEM design challenges. *School Science and Mathematics*, *116*(4), 177–188. https://doi.org/10.1111/ssm.12172

Lesh, R., Doerr, H., Carmona, G., & Hjalmarson, M. (2003). Beyond Constructivism. *Mathematical Thinking and Learning*, *5*, 211-233. https://doi.org/10.1080/10986065.2003.9680000

Lesh, R. (2006). Modeling Students Modeling Abilities : The Teaching and Learning of Complex Systems in Education. *The Journal of the Learning Sciences*, *15*(1), 45-52.

Libretexts. (2022). *12.1: Flow Rate and Its Relation to Velocity*. Physics LibreTexts. https://phys.libretexts.org/Bookshelves/College_Physics/College_Physics_1e_(OpenStax)/12%3A_Fluid_Dynamics_and_Its_Biological_and_Medical_Applications/12.01%3A_Flow_Rate_and_Its_Relation_to_Velocity

Lopes, A. P. C. (2022). Aspects of attitudes towards mathematics in modeling activities : Usefulness, interest, and social roles of mathematics. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *17*(4), em0711. https://doi.org/10.29333/iejme/12394

Maass, K., Doorman, M., Jonker, V., et Wijers, M. (2019). Promoting active citizenship in mathematics teaching. *ZDM*, *51*(6), 991-1003. https://doi.org/10.1007/s11858-019-01048-6

Maass, K., Geiger, V., Ariza, M. R., et Goos, M. (2019). The Role of Mathematics in interdisciplinary STEM education. *ZDM*, *51*(6), 869-884. https://doi.org/10.1007/s11858-019-01100-5

Maass, K., Sorge, S., Romero-Ariza, M., Hesse, A., et Straser, O. (2022). Promoting Active Citizenship in Mathematics and Science Teaching. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *20*(4), 727-746. https://doi.org/10.1007/s10763-021-10182-1

Maj-Tatsis, B., & Tatsis, K. (Éds.). (2021). *Critical thinking in mathematics : Perspectives and challenges*. Wydawnictwo Uniwersytetu Rzeszowskiego.

Makamure, C., et Jojo, Z. M. (2022). An analysis of errors for pre-service teachers in first order ordinary differential equations. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *18*(6). ejmste.com

Martin,O. (2023). *Chiffre*, Paris: Anamosa, coll. « Le mot est faible », 96 p.

McNaughton, S., & Billot, J. (2016). Negotiating academic teacher identity shifts during higher education contextual change. *Teaching in Higher Education*, 21, 644 - 658. https://doi.org/10.1080/13562517.2016.1163669.

Meyer, J. F. C. A., et Lima, M. (2023). Relevant mathematical modelling efforts for understanding COVID-19 dynamics : An educational challenge. *ZDM – Mathematics Education*, *55*(1), 49-63. https://doi.org/10.1007/s11858-022-01447-2

Mercure, P. (2022). Qui s'occupe de notre culture scientifique ? *La Presse.* https://www.lapresse.ca/contexte/editoriaux/2022-04-03/qui-s-occupe-de-notre-culture-scientifique.php

Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur. (2017). *Sciences de la nature (200.B0) – Programme d'études préuniversitaires*. Gouvernement du Québec. https://www.education.gouv.qc.ca/ [N'est plus disponible]

Ministère de l'Enseignement supérieur (2021a). *Sciences de la nature* (200.B1), https://cdn-contenu.quebec.ca/cdn-contenu/adm/min/education/publications-adm/cegeps/services-administratifs/Programmes-etudes-preuniversitaires/501.A0-Musique-VF.pdf .

Ministère de l'Enseignement supérieur (2021b). *Sciences humaines* (300.A1), https://cdn-contenu.quebec.ca/cdn-contenu/adm/min/education/publications-adm/cegeps/services-administratifs/Programmes-etudes-preuniversitaires/300.A1-Sciences-Humaines.pdf

Ministère de l'Enseignement supérieur (2021c). *Sciences, informatique et mathématique* (200.C1),https://cdn-contenu.quebec.ca/cdn-contenu/adm/min/education/publications-adm/cegeps/services-administratifs/Programmes-etudes-preuniversitaires/200-C1-2021-Sciences-informatique-mathematique.pdf

Ministère de l'Enseignement supérieur (2021d). *Sciences, lettres et arts* (700.A1), https://cdn-contenu.quebec.ca/cdn-contenu/adm/min/education/publications-adm/cegeps/services-administratifs/Programmes-etudes-preuniversitaires/700A1-science-lettre-art.pdf

Monteleone, C. (2021). Critical mathematical thinking in young students [Doctoral this, Australian Catholic University]. Australia. https://acuresearchbank.acu.edu.au/item/8x1z9/critical-mathematical-thinking-in-young-students

Mornata, C. (2015). Chapitre 5. Le rapport au savoir des enseignants : complémentarité des dimensions épistémiques, identitaires et sociales. Dans : Valérie Vincent éd., *Le rapport au(x) savoir(s) au coeur de l'enseignement: Enjeux, richesse et pluralité* (pp. 75-86). Louvain-la-Neuve: De Boeck Supérieur. https://doi.org/10.3917/dbu.vcent.2015.01.0075

Niss, M., Bruder, R., Planas, N., Turner, R., et Villa-Ochoa, J. A. (2017). Conceptualisation of the Role of Competencies, Knowing and Knowledge in Mathematics Education Research. In G. Kaiser (Éd.), *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education* (p. 235-248). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3_15

Niss, M. A., Blum, W., & Galbraith, P. (2007). Introduction. In *Springer eBooks* (pp. 3–32). https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_1

Noirfalise, R. (2004). Modélisation et équations différentielles en Terminale S : utilisation d'un modèle praxéologique pour poser des questions didactiques. *Petit x*, 66, 6-17.

Nyman, M. A., et Berry, J. (2002). Developing transferable skills in undergraduate mathematics students through mathematical modelling. *Teaching Mathematics and Its Applications:* International Journal of the IMA, 21(1), 29-45. https://doi.org/10.1093/teamat/21.1.29

Paillé, P. et Mucchielli, A. (2016) . Chapitre 11. L'analyse thématique. L'analyse qualitative en sciences humaines et sociales. (p. 235 -312). Armand Colin. https://doi.org/10.3917/arco.paill.2016.01.0235.

Pallascio, R., & Lafortune, L. (2000). *Pour une pensée réflexive en éducation*. Presses de l'Université du Québec. https://eduq.info/xmlui/handle/11515/32822

Pallascio, R., Daniel, M., & Mongeau, P. (2001). Philosopher sur les mathématiques. In *Presses de l'Université du Québec eBooks* (pp. 81–98). https://doi.org/10.2307/j.ctv18ph3tg.7

Pallascio, R., Daniel, M., & Lafortune, L. (2004). *Pensée et réflexivité: théories et pratiques*. Presses de l'Université du Québec.

Peter, N. E. E. (2012). Critical thinking: Essence for teaching mathematics and mathematics problem solving skills. *African Journal of Mathematics and Computer Science Research*, *5*(3). https://doi.org/10.5897/ajmcsr11.161

Piron, F. (2013). Citoyenneté, pensée critique et science. Comment sensibiliser les jeunes aux liens entre ces trois dimensions de la démocratie contemporaine ? *Revue du Conseil pédagogique interdisciplinaire du Québec.* 3(1). 6-9.

Pruvost-Beaurain, J-M. (s. d.). Mathématique. Dans *Encyclopædia Universalis*. https://www.universalis.fr/encyclopedie/mathematique/5-une-discipline-autonome/

Rasmussen, C., et Kwon, O. N. (2007). An inquiry-oriented approach to undergraduate mathematics. *The Journal of Mathematical Behavior*, *26*(3), 189-194. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2007.10.001

René de Cotret, S., & Vincent, S. (2008). Mathématiques et interdisciplinarité ou de la discipline à l'indiscipline du sens commun : esquisse d'une problématique. Dans L. Theis, P. Marchand & V. Freiman (dir.), *Enseignement des mathématiques et interdisciplinarité* (p. 137-150). Actes du colloque du Groupe de didactique des mathématiques du Québec, 22-23 mai 2008, Université de Sherbrooke.

Rooch, A., Junker, P., Härterich, J., et Hackl, K. (2016). Linking mathematics with engineering applications at an early stage – implementation, experimental set-up and evaluation of a pilot project. *European Journal of Engineering Education*, *41*(2), 172-191. https://doi.org/10.1080/03043797.2015.1056095

Roy, P., & Hasni, A. (2015). Les modèles et la modélisation vus par des enseignants de sciences et technologies du secondaire au Québec. *McGill Journal of Education / Revue des Sciences de l'Éducation de McGill,* 49(2), 349–371. https://doi.org/10.7202/1029424ar

Sabelli, N. H. (2006). Complexity, Technology, Science and Education [Introduction]. *The Journal of the Learning Sciences*, *15*(1), 5-9.

Saxe, K., et Braddy, L. (2015). *A common vision for undergraduate mathematical sciences programs in 2025.* Washington, DC: Mathematical Association of America.

SERGIESCO, V. (2024) **FLUX,** *physique*. *Encyclopædia Universalis*. https://www.universalis-edu.com/encyclopedie/flux-physique/

Schmidt, B. (2011). Modelling in the Classroom: Obstacles from the Teacher's Perspective. In *International perspectives on the teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 641–651). https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_61

Schoenfeld, A. H. (1989). Explorations of students' mathematical beliefs and behavior. *Journal for Research in Mathematics Education, 20*(4), 338–355. https://doi.org/10.2307/749440

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions : Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, *22*(1), 1-36. https://doi.org/10.1007/BF00302715

Skovsmose, O. (1994). Towards a critical mathematics education. *Educational Studies in Mathematics, 27*, 35-57.

Skovsmose, O., et Borba, M. (2004). Research Methodology and Critical Mathematics Education. In P. Valero et R. Zevenbergen (Éds.), *Researching the Socio-Political Dimensions of Mathematics Education* (Vol. 35, p. 207-226). Kluwer Academic Publishers. https://doi.org/10.1007/1-4020-7914-1_17

Smith, J. M. (2021). Is Computational Thinking Critical Thinking? In Y. Wen, Y. Wu, G. Qi, S.-C. Guo, J. M. Spector, S. Chelliah, Kinshuk, & Y.-J. Lan (Éds.), *Expanding Global Horizons Through Technology Enhanced Language Learning* (p. 191-201). Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-15-7579-2_11

Sokolowski, A. (2015). The Effects of Mathematical Modelling on Students' Achievement-Meta-Analysis of Research. *IAFOR Journal of Education*, *3*(1), 93-114.

Spandaw, J. (2011). Practical Knowledge of Research Mathematicians, Scientists, and Engineers About the Teaching of Modelling. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, et G. Stillman (Éds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (Vol. 1, p. 679-688). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_65

Stephan, M., Register, J., Reinke, L., Robinson, C., Pugalenthi, P., et Pugalee, D. (2021). People use math as a weapon : Critical mathematics consciousness in the time of COVID-19. *Educational Studies in Mathematics*, *108*(3), 513-532. https://doi.org/10.1007/s10649-021-10062-z

Sterman, J. D. (1994). Learning in and about complex systems. *System Dynamics Review*, *10*(2-3), 291-330. https://doi.org/10.1002/sdr.4260100214

Sterman, J. (2000). Business Dynamics, System Thinking and Modeling for a Complex World. https://web.mit.edu/jsterman/www/BusDyn2.html

Stillman, G. A. (2019). State of the Art on Modelling in Mathematics Education—Lines of Inquiry. In G. A. Stillman et J. P. Brown (Éds.), *Lines of Inquiry in Mathematical Modelling Research in Education* (p. 1-20). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-14931-4_1

Swanson, D., & Williams, J. (2014). Making abstract mathematics concrete in and out of school. Educational Studies in Mathematics, 86(2), 193-209. https://doi.org/10.1007/s10649-014-9536-4

Tall, D. (1993). Students' difficulties in calculus. *Proceedings of working Group 3 on students' difficulties in calculus* (Vol. 3, pp. 13–28). ICME-7.

Tall, D. et Gray, E. (1993). Success and Failure in Mathematics: The Flexible Meaning of as Process and Concept. *Mathematics Teaching*, 142, 6--10.

Tardif, B. (2024). (2024, 15 Janvier). *PHY EES – Astronomie et Astrophysique « la méthode d'Euler »* [notes de cours], Département de physique, Collège de Maisonneuve. https://physique.cmaisonneuve.qc.ca/btardif/EES/EES-MethodeEuler.pdf

Therriault, G., Bader, B. et Ndong Angoué, C. (2013). La notion de rapport(s) au(x) savoir(s) en éducation aux sciences et en formation initiale et continue des enseignants du secondaire: des exemples au Québec et au Gabon. Revue internationale de sociologie et de sciences sociales, Esprit Critique, Vol. 17, 70-93.

Therriault, G., & Morel, M. (2016). Regards sur le rapport aux savoirs de futurs enseignants dans le cadre des stages. *Revue Éducation & Formation*, (e-305), 24-38.

Therriault, G., Baillet, D., Carnus, M. & Vincent, V. (2017). Introduction. La « circulation » du rapport au(x) savoir(s) entre l'enseignant et l'apprenant : une piste encore peu explorée…. Dans : Geneviève Therriault éd., *Rapport au(x) savoir(s) de l'enseignant et de l'apprenant: Une énigmatique rencontre* (pp. 7-20). Louvain-la-Neuve: De Boeck Supérieur. https://doi.org/10.3917/dbu.therr.2017.01.0007

Therriault, G., Jeziorski, A., Bader, B., & Morin, É. (2018). Étude croisée du rapport aux savoirs à l'égard des sciences naturelles et des sciences humaines et sociales : portraits d'élèves de la fin du secondaire au Québec. *Recherches En Éducation*, *32*. https://doi.org/10.4000/ree.2412

Therriault, G. Fortier, S., Jeziorski, A. (2020) Recherches auprès d'élèves et d'enseignants au regard de leurs rapports aux savoirs en sciences naturelles et en sciences humaines et sociales : de quels sujets et de quels savoirs s'agit-il ? Dans M.-F. Carnus, P. Buznic-Bourgeacq, D.Baillet, G. Therriault, & V. Vincent, (dir.). *Rapport au(x) savoir(s) : quels sujets, quels savoirs ?* Québec : Livres en ligne du CRIRES. En ligne : https://lel.crires.ulaval.ca/oeuvre/rapports-aux-savoirs-quels-sujets-quels-savoirs

Trouche, L., & Drijvers, P. (2010). Handheld technology for mathematics education : Flashback into the future. ZDM—The International Journal of Mathematics Education, 42(7), 667-681. *ZDM: the international journal on mathematics education*, *42*, 667-681. https://doi.org/10.1007/s11858-010-0269-2

Vaithyanathasarma, S., Caron, F., Bistodeau-Gagnon, G., & Bélair, J. (2023). Bringing back the people in modelling epidemics. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 55(2), 492–508. https://doi.org/10.1080/0020739x.2023.2249466

Van Der Maren, J.-M. (2014). Chapitre 2. Les recherches en éducation : Les enjeux et les approches. In *La recherche appliquée pour les professionnels: Vol. 3e éd.* (p. 33-65). De Boeck Supérieur. https://www.cairn.info/la-recherche-appliquee-pour-les-professionnels--9782804181628-p-33.htm

Van der Wal, N. J., Bakker, A., & Drijvers, P. (2017). Which Techno-mathematical Literacies Are Essential for Future Engineers? *International Journal of Science and Mathematics Education*, *15*(1), 87-104. https://doi.org/10.1007/s10763-017-9810-x

Venturini, P. & Cappiello, P. (2009). Comparaison des rapports aux savoirs de la physique et des SVT. *Revue française de pédagogie*, 166, 45-58. https://doi.org/10.4000/rfp.1121

Vézina, S. (2024, 15 mars). *Simulation de projectile* [notes de cours], Département de physique, Collège de Maisonneuve.

https://physique.cmaisonneuve.qc.ca/svezina/projet/simulation_projectile/Laboratoire-Simulation_projectile.pdf

Wake, G. (2014). Making sense of and with mathematics : The interface between academic mathematics and mathematics in practice. *Educational Studies in Mathematics*, *86*(2), 271-290. https://doi.org/10.1007/s10649-014-9540-8

Watson, A. (2009). Adolescent Learning and Secondary Mathematics. Proceedings of the 2008 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group, (pp. 21-29).

Weaver, W. (1948). Science and Complexity. American Scientist, 36(4), 536–544. http://www.jstor.org/stable/27826254

Weber, M. (1965). *Essais sur la théorie de la science*. Plon.

Wildschut, D. (2017). The need for citizen science in the transition to a sustainable peer-to-peer-society. *Futures*, *91*, 46-52. https://doi.org/10.1016/j.futures.2016.11.010

Williams, J., & Wake, G. (2006). Black boxes in workplace mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *64*(3), 317–343. https://doi.org/10.1007/s10649-006-9039-z

Williams, J. (2016). Alienation in mathematics education : Critique and development of neo-Vygotskian perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, *92*(1), 59-73. https://doi.org/10.1007/s10649-015-9659-2

Wilson, K. J., Long, T. M., Momsen, J. L., et Bray Speth, E. (2020). Modeling in the Classroom : Making Relationships and Systems Visible. *CBE—Life Sciences Education*, *19*(1), fe1. https://doi.org/10.1187/cbe.19-11-0255

Zbiek, R. M., & Conner, A. (2006). Beyond motivation: Exploring mathematical modelling as a context for deepening students' understandings of curricular mathematics. Educational Studies in Mathematics, 63(1), 89-112.

Zulkarnaen, R. (2018). Why is mathematical modeling so difficult for students? *AIP Conference Proceedings*, *2021*(1), 060026. https://doi.org/10.1063/1.5062790

Annexe A : Courriel d'invitation

Voici l'invitation de courriel ainsi que le résumé qui a été joint au courriel d'invitation.

Bonjour [nom de l'enseignant],

Je me présente Shophika Vaithyanathasarma, étudiante à la maîtrise en didactique des mathématiques à l'Université de Montréal sous la direction de France Caron (Département de didactique) et Jacques Bélair (Département de mathématique).

Nous nous sommes rencontrés à X date, lors de l'activité de modélisation présenté par Via Math, lors de laquelle vous avez manifesté votre intérêt pour de telles activités. Dans le cadre de mon projet de mémoire, j'aimerais solliciter votre participation pour évaluer le potentiel d'intégration de la modélisation mathématique, par le biais des activités de modélisation de ce type afin d'aiguiser l'esprit critique au collégial. Je vous joins un résumé de mon projet de recherche également.

Dans un premier temps, j'aimerais m'entretenir avec vous pour connaître votre parcours professionnel, votre vision des mathématiques et de leur contribution au développement de l'esprit critique. Dans un deuxième temps, si vous souhaitez poursuivre, j'aimerais vous faire choisir et essayer une de nos activités disponibles sur le site www.viamath.org afin de discuter avec vous de la possibilité d'inclure une telle activité (ou une adaptation) dans les cours que vous donnez. Votre participation se résumerait ainsi à une ou deux rencontres de 2 heures chacune.

Merci beaucoup pour votre temps et n'hésitez pas à communiquer avec moi si vous avez des questions.

Bonne journée,
Shophika Vaithyanathasarma

Annexe B : Résumé de projet à envoyer lors du recrutement

Potentiel d'intégration de la modélisation au collégial pour développer la pensée critique

Face à une série de défis sanitaires, environnementaux, sociaux et économiques de plus en plus complexes, la société est confrontée à des incertitudes croissantes dans la recherche de solutions. Comme nous l'avons vu pendant la pandémie, la modélisation mathématique, par sa capacité à conceptualiser et simuler des phénomènes, peut jouer un rôle central dans l'étude de ces phénomènes et la gestion de situations complexes où ils se manifestent. En raison de l'utilisation croissante de modèles mathématiques dans la société et de l'importance de pouvoir porter un regard critique sur de tels modèles et les résultats qui en découlent, il apparaît pertinent d'initier un plus grand nombre aux approches de modélisation et de simulation.

Dans le cadre de ce projet de maîtrise, nous nous intéressons à la place ou au potentiel d'intégration de la modélisation mathématique dans les programmes collégiaux préuniversitaires et à sa possible contribution au développement du sens critique visé par ces programmes.

Pour ce faire, nous souhaitons :

- Connaître et comprendre le point de vue d'enseignants au collégial face à la modélisation mathématique et à son intégration aux cours de mathématiques
- Examiner la possibilité d'inscrire la contribution des mathématiques dans le développement de l'esprit critique visé par le programme d'études dans lequel votre cours de mathématiques est enseigné

Dans le cadre de ce projet, nous vous proposons de choisir une activité de modélisation en lien avec vos intérêts et le contenu de vos cours, parmi celles qui sont offertes sur www.viamath.org . En examinant avec vous une telle activité, nous visons à appréhender la pertinence et la faisabilité au collégial de l'approche proposée et les adaptations à envisager pour une intégration éventuelle au cursus. Cela nous conduira sans doute à discuter des objectifs du programme et des contraintes à respecter au sein du cadre institutionnel. Selon vos intérêts et disponibilités, une expérimentation avec les étudiants pourrait être considérée, à l'intérieur d'un cours ou de façon parascolaire.

Cette étude adopte une approche inductive, cherchant à faire émerger des perspectives et des conclusions basées sur un échange avec des enseignants.

Bien à vous,

Shophika Vaithyanathasarma

Annexe C : Formulaire de consentement

Potentiel d'intégration de la modélisation au collégial pour développer la pensée critique

Chercheure étudiante	Shophika Vaithyanathasarma, candidate à la M. A. en sciences de l'éducation option didactique, Faculté des sciences de l'éducation, Université de Montréal
Directrice de recherche	France Caron, Ph. D., professeure associée, Faculté des sciences de l'éducation – département de didactique, Université de Montréal
Co-directeur de recherche	Jacques Bélair, Ph. D., professeure titulaire, Faculté des sciences de l'éducation – département de mathématiques et statistique, Université de Montréal

No de projet au CEREP : 2024-5018

Vous êtes invité.e à participer à un projet de recherche qui a pour objectif d'analyser le potentiel d'intégration de la modélisation mathématique dans les programmes d'études préuniversitaires offrant des cours de mathématiques et son rôle dans le développement de la pensée critique. Ce projet de maîtrise vise à comprendre le point de vue des enseignants au collégial sur la modélisation mathématique et son intégration dans les cours de mathématiques, ainsi qu'à examiner comment les mathématiques peuvent contribuer au développement de l'esprit critique dans le cadre du programme d'études pré-universitaire dans lequel votre cours s'inscrit.

A) RENSEIGNEMENTS AUX PARTICIPANT.E.S

1. Objectifs de la recherche

- La présente recherche vise à explorer l'intégration de la modélisation mathématique dans les programme d'études préuniversitaires offrant des cours de mathématiques. Cette initiative est motivée par la nécessité de préparer les étudiants à aborder la complexité des enjeux sanitaires, environnementaux, sociaux et économiques croissants auxquels la société est confrontée. La littérature scientifique souligne les difficultés d'implémentation de l'enseignement de la modélisation mathématique, malgré un intérêt marqué par cette approche. Dans le cadre de ce projet de maîtrise, nous nous intéressons à la place ou au potentiel d'intégration de la modélisation mathématique dans les programme d'études préuniversitaires offrant des cours de mathématiqueset à sa possible contribution au développement du sens critique visé par ces programmes.

  Pour ce faire, nous souhaitons :

  - Connaître et comprendre le point de vue d'enseignants au collégial face à la modélisation mathématique et à son intégration aux cours de mathématiques
  - Examiner la possibilité d'inscrire la contribution des mathématiques dans le développement de l'esprit critique visé par le programme d'études: Cet objectif consiste à déterminer si et comment la modélisation mathématique peut être utilisée pour renforcer la pensée critique chez les étudiants, en accord avec les objectifs du programme d'études préuniversitaires offrant des cours de mathématiques.
  - Documenter le potentiel d'intégration de la modélisation mathématique dans les programmes d'études préuniversitaires offrant des cours de mathématiques : Cet objectif se concentre sur l'évaluation de la faisabilité et des impacts potentiels de l'intégration de la modélisation mathématique dans le curriculum. Cette évaluation prendra en compte les ressources disponibles, notamment celles offertes sur www.viamath.org, tout en considérant les contraintes institutionnelles et les besoins en constante évolution dans les domaines des sciences et de la technologie

Ces objectifs reflètent une démarche exploratoire visant à évaluer le potentiel d'intégration de la modélisation mathématique dans les programmes d'études préuniversitaires offrant des cours de mathématiques, en tenant compte des perspectives des enseignants et des exigences institutionnelles et en visant le développement de la pensée critique chez les étudiants.

2. Participation à la recherche

Nous sollicitons votre participation à un **entretien individuel d'une ou deux rencontre d'une durée de 2 heures chacune.** Nous vous rencontrerons, au moment et dans le lieu de votre choix ou par visioconférence sur zoom. Nous discuterons de votre parcours professionnel, votre vision des mathématiques et l'importance que vous accordez à l'esprit critique. Les modalités de l'entretien peuvent être changées à votre convenance et disponibilité. Vous pourrez choisir de ne pas répondre à certaines questions. Avec votre permission, l'entretien sera enregistré de façon numérique, seulement aux fins de faciliter notre travail d'analyse des entretiens réalisés. Nous prévoyons rencontrer 5 à 10 enseignants de mathématiques au collégial (selon l'atteinte du point de saturation). Le matériel sera retranscrit. Les verbatims seront réduits au regard des finalités de la recherche.

3. Enregistrements audio/vidéo

Afin de faciliter l'analyse des données, acceptez-vous que notre entrevue soit enregistrée à l'aide d'une enregistreuse numérique?

Oui □ Non □

Si vous refusez l'enregistrement, nous prendrons alors des notes de recherche, avec votre autorisation. Les enregistrements ont pour objectif de permettre à la chercheure de consolider la prise de notes et accélèreront en ce sens le processus lié à l'analyse des données recueillies dans le cadre du projet de recherche. Seules l'étudiante et ses deux directeurs y auront accès.

4. Risques et inconvénients

Ce projet ne comporte aucun risque connu ni inconvénient majeur pour les participants. Le principal inconvénient de cette recherche est le temps que vous accepterez d'y consacrer dans le cadre de l'entretien individuel. Vous pouvez à tout moment refuser de répondre à une question ou même mettre fin à l'entrevue et à votre participation.

5. Avantages et bénéfices

Ce projet ne comporte aucun bénéfice personnel pour les participants. Il n'y a pas d'avantage direct particulier pour vous à participer à ce projet. Grâce à votre rétroaction et votre expertise, vous contribuerez à nous permettre d'obtenir une perspective nuancée et complète pour répondre à la question de recherche.

6. Confidentialité des renseignements recueillis

L'équipe de recherche prendra les mesures suivantes afin de préserver la confidentialité des données. Seules l'étudiante et ses deux co-directeurs de projet auront accès aux enregistrements. Les enregistrements seront conservés uniquement dans l'ordinateur de la chercheure principale (fichiers avec mots de passe et OneDrive institutionnel sécurisé) pendant la durée du projet et seront effacés, sept ans après la fin du projet. Seules les données ne permettant pas de vous identifier seront conservées après cette période. Ces données de recherche seront conservées aussi longtemps qu'elles peuvent avoir une utilité pour l'avancement des connaissances scientifiques. Lorsqu'elles n'auront plus d'utilité, vos données de recherche seront détruites.

L'équipe de recherche protègera les informations permettant de vous identifier en les dépersonnalisant complètement. Tout matériel relatif aux entrevues sera identifié par un code seulement et ne comportera aucune référence nominative. En aucun cas, votre nom ou des extraits de l'entrevue individuelle permettant de vous identifier ne seront utilisés dans la ou les publications des chercheurs relatives à ce projet. Vous pouvez aussi nous indiquer si vous acceptez ou non que votre nom apparaisse à la section des remerciements aux différentes personnes ayant contribué à la recherche.

7. Compensation

Aucune compensation n'est offerte dans le cadre de ce projet.

8. Participation volontaire et Droit de retrait

Votre participation à ce projet est entièrement volontaire et vous pouvez à tout moment vous retirer de la recherche sur simple avis verbal et sans devoir justifier votre décision, sans conséquence pour vous. Si vous acceptez de participer à l'étude maintenant, mais que vous choisissez de mettre fin à votre participation par la suite, vous avez le droit de demander le retrait de vos renseignements recueillis durant l'étude. Si vous décidez de vous retirer de la recherche, veuillez communiquer avec l'équipe de recherche par téléphone ou courriel indiqués ci-dessous au plus tôt (à l'intérieur d'un délai de deux semaines suivant la tenue de votre entretien, après quoi il nous sera impossible de retirer ces données considérant le fait qu'elles auront déjà été identifiées).

9. Responsabilité

En acceptant de participer à cette étude, vous ne renoncez à aucun de vos droits, ni ne libérez les chercheurs ou l'établissement de leurs responsabilités civiles et professionnelles.

10. Diffusion des résultats

Nous vous communiquerons les résultats de cette étude selon de multiples formats (rapports de recherche, articles scientifiques, conférences, etc.), au gré des avancées de notre projet.

11. Personnes ressources

Pour toute question relative à l'étude, ou pour vous retirer de la recherche, veuillez communiquer avec Shophika Vaithyanathasarma au numéro de téléphone XXXXXX ou à l'adresse courriel XXXXXX

Pour toute préoccupation sur vos droits ou sur les responsabilités des chercheurs concernant votre participation à ce projet, vous pouvez contacter le Comité d'éthique de la recherche en éducation et en psychologie (CEREP) :

Courriel : cerep@umontreal.ca

Téléphone : 514 341-6111 #33346

Toute plainte relative à votre participation à cette recherche peut être adressée à l'ombudsman de l'Université de Montréal en appelant au numéro de téléphone 514 343-2100, de 9h à 17h ou en communiquant par courriel à l'adresse ombudsman@umontreal.ca **(l'ombudsman accepte les appel à frais virés).**

B) CONSENTEMENT

Déclaration du participant ou de la participante

- Je comprends que je peux prendre mon temps pour réfléchir avant de donner mon accord ou non à participer à la recherche.
- Je peux poser des questions à l'équipe de recherche et exiger des réponses satisfaisantes.
- Je comprends qu'en participant à ce projet de recherche, je ne renonce à aucun de mes droits ni ne dégage la chercheure principale et ses collaborateurs de leurs responsabilités.
- J'ai pris connaissance du présent formulaire d'information et de consentement et j'accepte de participer au projet de recherche.
- J'accepte que mes coordonnées soient conservées séparément des données de ce projet pendant une période de sept ans pour être contacté pour d'autres projets de recherche de la même équipe de recherche : Oui ☐ Non ☐
- Je désire recevoir un résumé des résultats de la recherche : Oui ☐ Non ☐ Courriel :_____

Signature du participant ou de la participante : _____

Date :_____

Nom : _____

Prénom : _____

Engagement de la chercheure responsable

J'ai expliqué au/à la participant.e les conditions de participation au projet de recherche. J'ai répondu au meilleur de ma connaissance aux questions posées et je me suis assuré de la compréhension du/de la participant.e. Je m'engage, avec l'équipe de recherche, à respecter ce qui a été convenu au présent formulaire d'information et de consentement.

Vaithyanathasarma, Shophika, B. Sc.

Candidate à la M. A. en sciences de l'éducation – Option didactique

Faculté des sciences de l'éducation, Université de Montréal

Signature du/de la chercheure : _____

Date : _____

Annexe D : Extrait de verbatim

Processus de codage associé au premier entretien.

Emily, p.14, Entretien 1

Ben mon rapport c'est sûr que j'en fais.. J'en ai mis plus dans le calcul de avec mes mes collègues, on s'est mis à à faire plus de de modèles, de problèmes de modélisation, d'exemples. En fait de petits labo, c'est vraiment pas forçant. C'est vraiment l'idée d'appliquer, de faire des applications. Je dirais que les problèmes sont assez simples, ils ont pas tant qu'à ça modéliser. Tu sais-je veux dire c'est pas mal prémarché, là, on va le dire comme ça. Là, le but est je pense de donner une culture. Entre autres. Puis c'est ça d'avoir tu sais, comme d'avoir un genre de plaisir, puis de donner une culture C'est ça de donner une motivation aussi aux outils qu'on qu'on développe en se disant OK, là on va voir de façon très édulcorée, mettons comment ça marche le positionnement GPS. En faisant ça, c'est comme si ça donne un genre d'ancrage, tu sais aussi. Puis ça varie aussi parce que il y a des gens qui sont plus à l'aise dans le concret. Ça fait juste varier aussi les choses. C'est comme tu apprends les choses différemment, fait que tu vois des petits problèmes avec des des chaînes de Markov. Là mettons des matrices de transition. En faisant ça, il y en qui vont se dire Ah mais ça marche pas là je suis pas capable de multiplier mes 2 matrices, mais là c'est peut-être que si y'avait pas fait, ça y serait pas rendu compte que ben l'ordre de tes matrices c'est important. Là tu sais comme en le faisant c'est concrètement, là ils veulent faire le truc, puis finalement tu sais ils se rendent pas compte que si tu demandes à Geogebra de multiplier deux matrices, mais finalement l'ordre est important, en fait c'est bien accessoire dans tout le problème, mais ils l'ont réalisé là.

Le tableau D.1 résume le processus de codage qui a été effectué. À la suite de ce tableau, quelques justifications sont partagées pour donner une idée du processus de réduction de données.

Tableau D. 1 Extrait d'un segment codé du premier entretien

Segment	Participant	Thème	Dimension	Composante	Idée générale (résumé)	Extrait	Entretien	Page
1	**PRF2**	**Interaction maths-modélisation**	**Dim sociale**	**Enseignement**	**Profs modélisent -> petits labos**	**Ben mon rapport c'est sûr que j'en fais.. J'en ai mis plus dans le calcul de avec mes mes collègues, on s'est mis à à faire plus de de modèles, de problèmes de modélisation, d'exemples.**	**1**	**14**
2	**PRF2**	**Interaction maths-modélisation**	**Dim épistémique**	**Apprentissage**	**Petits labos -> élèves appliquent**	**En fait de petits labo, c'est vraiment pas forçant. C'est vraiment l'idée d'appliquer, de faire des applications. Je dirais que les problèmes sont assez simples, ils ont pas tant qu'à ça**	**1**	**14**

						3modéliser.		
3	**PRF2**	**Interaction maths-modélisation**	**Dim épistémique**	**Motivation/culture**	**Comprendre/apprécier le rôle des mathématiques**	**. Là, le but est je pense de donner une culture. Entre autres. Puis c'est ça d'avoir tu sais, comme d'avoir un genre de plaisir, puis de donner une culture C'est ça de donner une motivation aussi aux outils qu'on qu'on développe en se disant OK, là on va voir de façon très très édulcorée, mettons comment ça marche**	**1**	**14**
4	**PRF2**	**Interaction maths-modélisation**	**Dim sociale**	**Apprentissage**	**Un autre ancrage, utile pour certains élèves**	**ça donne un genre d'ancrage, tu sais aussi. Puis ça varie aussi**	**1**	**14**

						parce que il y a des gens qui sont plus à l'aise dans le concret. Ça fait juste varier aussi les choses.		
5	**PRF2**	**Interaction maths-modélisation**	**Dim sociale**	**Motivation/apprentissage**	**Veulent que ça fonctionne; se confrontent à leurs erreurs**	**En faisant ça, il y en qui vont se dire Ah mais ça marche pas là je suis pas capable de multiplier mes 2 matrices, mais là c'est peut-être que si y'avait pas fait, ça y serait pas rendu compte que ben l'ordre de tes matrices c'est important. Là tu sais comme en le faisant c'est concrètement, là ils veulent**	**1**	**14**

						faire le truc, puis finalement tu sais ils se rendent pas compte que si tu demandes à Geogebra de multiplier deux matrices, mais finalement l'ordre est important, en fait c'est bien accessoire dans tout le problème, mais ils l'ont réalisé là.		

Le **premier** segment est un segment codé sous interaction maths-modélisation, dimension sociale, composante enseignement. Elle explore comment l'enseignant, en collaboration avec ses collègues, a pris l'initiative d'intégrer des éléments de modélisation dans leur enseignement. L'ajout de modèles et d'exemples concrets par les enseignants indique un effort concerté pour rendre les mathématiques plus accessibles aux élèves par des méthodes pratiques (petits laboratoires). La dimension sociale est ici pertinente, car elle met en lumière la collaboration professionnelle dans le processus d'élaboration de contenus de modélisation, ce qui influence l'environnement d'apprentissage des étudiants. Le code

« Enseignement » reflète le contexte de l'enseignement et la dynamique d'intégration des modèles par les enseignants eux-mêmes.

Le **deuxième** segment est codé sous interaction maths-modélisation, dimension épistémique avec la composante « Apprentissage » car il exprime l'approche de l'enseignant pour encourager les élèves à utiliser des concepts mathématiques dans des situations pratiques, sans nécessairement entrer dans une modélisation sophistiquée. La formulation de « petits labos » suggère une simplification qui facilite la compréhension et l'application directe des concepts. Ce choix de codage vise donc à illustrer l'intention des enseignants derrière ces activités et la définition qu'ils ont de la modélisation.

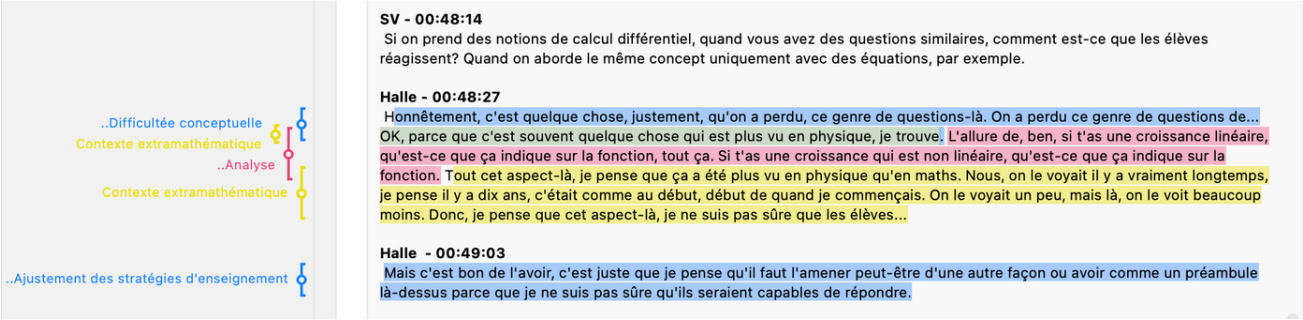
Le **troisième** segment est codé avec une composante de Motivation/Culture dans la dimension épistémique de l'interaction maths-modélisation, car l'enseignant parle de l'objectif de transmettre une « culture » des mathématiques et d'encourager les élèves à comprendre leur utilité pratique. L'utilisation d'un exemple comme le positionnement GPS illustre comment l'enseignant introduit des concepts mathématiques en les liant à des applications du monde réel, stimulant ainsi la motivation des élèves. Ce choix de codage est basé sur l'idée que le lien fait par l'enseignant avec la modélisation a une influence sur l' appréciation de la discipline auprès des étudiants.

Dans le **quatrième** segment, l'enseignant décrit l'importance d'offrir un « ancrage » concret aux élèves, notamment pour ceux qui préfèrent un apprentissage pratique. Ce passage a été codé sous la dimension sociale avec une composante « Apprentissage ». Ce choix de codage illustre comment l'enseignant utilise des activités concrètes pour diversifier l'enseignement et aider les élèves à se sentir plus en confiance avec les mathématiques.

Le **cinquième** segment est codé sous la dimension sociale de l'interaction maths-modélisation et inclut la composante « Motivation/Apprentissage » car il illustre une situation où les élèves sont confrontés à des défis concrets (multiplication des matrices) et réalisent l'importance de l'ordre des opérations. Ce choix de codage est justifié par l'accent mis sur la motivation des élèves à résoudre des problèmes pratiques et sur le processus d'apprentissage qu'ils traversent en réalisant leurs erreurs dans un cadre concret.

Voici un extrait d’un segment codé pour le deuxième entretien.

Figure D. 1 Segments codés pour le deuxième entretien



Il y a 5 segments codés dans la figure ci-bas. Nous expliquerons brièvement ce qui motive la sélection de ces passages et les codes associés.

1. Difficulté conceptuelle (en bleu)
    a. Ce premier segment montre une réflexion de l'enseignant sur la perte de certains types de questions qui abordaient la compréhension de certains concepts. Le code de la « Difficulté conceptuelle » est pertinent ici, car il reflète la perception de l'enseignant sur l’évolution des difficultés rencontrées par les élèves et les différences entre les disciplines. Il signale une lacune dans l'exposition des élèves à des concepts qui pourraient enrichir leur compréhension des mathématiques. Ce passage chevauche avec le code du contexte extramathématique, également.
2. Contexte extramathématique (en jaune)
    a. Dans ce segment, l'enseignant fait un lien entre des concepts mathématiques (croissance linéaire et non linéaire) et leur application ou contexte dans la physique. « Contexte extramathématique » est choisi ici pour refléter la manière dont l'enseignant compare et analyse l'enseignement de ces concepts dans les deux disciplines. Il montre que

l'enseignant souhaite que les élèves comprennent les implications de ces croissances dans un contexte élargi, souvent abordé en physique.

b. Le deuxième segment est codé avec le même code , car il exprime une évolution dans le contenu d'enseignement et montre que ces concepts, autrefois plus présents, ont perdu de leur place dans le cursus actuel. Ce choix de codage souligne l'idée d'un contexte d'enseignement en changement, dans lequel les connexions avec d'autres disciplines sont moins fréquentes. Cela permet de mettre en évidence la perspective de l'enseignant sur la façon dont les curriculums et les approches d'enseignement évoluent.

3. Analyse (en rouge)

   Le segment discuté en 2a chevauche avec le sous-code Analyse du code de modélisation, car l'enseignant discute d'une question issue de l'expérimentation de l'activité où l'objectif est d'étudier les propriétés du modèle mathématique. Le segment codé dans Analyse et Contexte extramathématique permet d'identifier une difficulté anticipée du processus de modélisation par l'enseignement.

4. Ajustement des stratégies d'enseignement (en jaune)

   a. Ce segment est codé sous « Ajustement des stratégies d'enseignement » parce que l'enseignant suggère ici une adaptation de la question pour rendre cela plus accessible aux élèves. Elle mentionne l'importance de préparer ou d'introduire différemment ces notions afin que les élèves puissent mieux les comprendre. Ce choix de codage permet de prendre en compte la réflexion de l'enseignant sur la manière de surmonter les difficultés conceptuelles identifiées précédemment et d'ajuster les stratégies pour soutenir les étudiants.

Figure D. 2 Portrait global du nombre de codes par participant

Liste de codes	Marc-...	Luke	Thom...	Halle	Maria...	Zacha...	Malik	Émily
Curriculum Math								
Liens avec notions enseignées (+)	3	4	2		3	13	5	3
Équations différentielles	2	7	4	2	1	8	2	
Difficultée conceptuelle	7	5		3	2	4	11	
cours possible		3	3		6	6	4	3
Contrat didactique - attentes	9	4	1	6		1	5	4
PC	2			2				
Difficulté associée à l'évaluation		1			2	2		1
en mathématiques et MM			2		6	1	1	1
Perception des enseignants sur les	4	2			1	3	1	
Technologie		1		1		2		
Importance pour enseignant	2	1		1	3	1	1	2
Technologie (+)		1		8		1	1	
Performance, optimisation, utilisati	5			2		3		
Défis et adaptation aux outils techr	1	2	1	2	1	2		
Adaptation aux outils technolog	3	2	1			4	2	
modélisation-technologie		1						1
Ressource	1			1	4			
Temps	1	3	5	1	2	3	3	1
Contexte extramathématique			2	7		1		
Santé, Économie, Histoire		4	2		5	1	3	1
Place et rôle du professeur de matl	7	5	8			5	1	
Apprentissage d'autres disciplines	9	1	3		1	4	1	1
Besoin de connaissances autre dic	7		3	1		2	7	2
Stratégie d'enseignement				7				
différentes représentations	7	4	2		1		3	1
ne le fait pas						3		1
Questions posées aux étudiants	6	4		2		3	4	
Adaptstion du vocabulaire/reformul	9	13		9	1	4	5	3
Ajustement des stratégies d'enseig	7	5		9		4	7	4
Modélisation (+)								
Apports (+)		4	1	2	1	1	1	
Difficultés (+)	7		1		2	3	9	3
Conception modélisation (+)	4	3	4		6	9	1	
Phases de modélisation								
Simplification/structuration	3	2	2	4	9	4	11	4
Cueillette de données		2	4			2		3
Mathématisation	2	3	5	6	2	7	5	6
Traitement mathématique	8	1	6	6	1	10	3	6
Analyse	14	5	17	15	13	12	6	8
Interprétation/Validation	15	7	3	9	2	3	9	9

Annexe E : Méthodologie

Tableau E. 1 Opérationnalisation des variables examinées lors de l'entretien semi-dirigé

Variables examinées	Sous-dimensions d'analyse	Indicateurs du terrain Questionnaire d'entretien semi-dirigé
Conceptualisation de la modélisation mathématique et des mathématiques (Dimension Épistémique)	- Conception de la modélisation mathématique et des mathématiques - Intégration curriculaire - Exemples d'applications pratique - (ou des mathématiques) pour le développement de la pensée critique	2.1. Quelles ont été vos motivations de poursuivre des études supérieures en mathématiques ? 2.2. Quels sont les cours de mathématiques dont vous gardez de bons souvenirs? Avez-vous des moments marquants qui vous ont motivé à enseigner? 2.3. Comment réinvestissez-vous vos connaissances mathématiques dans votre quotidien (personnel et/ou professionnel)? Avez-vous des exemples précis à me partager? 4.1. Quelle est votre perception du programme d'études du programme dans lequel votre cours de mathématiques s'inscrit? Est-ce que vous vous sentez interpelé par les modalités d'enseignement et les compétences visées? Donnez-vous la vision et la perception que vous souhaitez donner des mathématiques à travers le contenu abordé dans vos cours ? 4.2. Comment pensez-vous que les étudiants réinvestissent leurs connaissances mathématiques dans leur quotidien et/ou dans leur futur domaine de pratique ? 4.7. Dans quelle mesure les mathématiques peuvent-elles contribuer au développement de la pensée critique chez les étudiants ? Pensez-vous que la modélisation mathématique favoriserait ce développement ? 5.1. Quelle est votre perception de la modélisation mathématique ?

		5.3. Quelle était votre perception de la modélisation mathématique pendant vos études? Est-ce que cette perception a varié lorsque vous avez commencé à enseigner ?
Positionnement des enseignants par rapport à la modélisation mathématique et la pensée critique (dimension identitaire)	- Auto-perception de leur expérience avec la modélisation mathématique - Influence du parcours personnel - Motivations pour l'enseignement de la modélisation pour développer la pensée critique - Perception de la contribution des mathématiques pour la pensée critique	2.4. Est-ce que votre parcours collégial et universitaire a teinté votre manière d'enseigner? Si oui, comment ? 2.5. Y a-t-il des moments ou des expériences spécifiques qui ont façonné votre vision actuelle de l'importance de la pensée critique dans l'enseignement des mathématiques ? 3.1. Depuis combien d'années enseignez-vous? 3.2. Quels sont les cours que vous avez enseignés? 3.3. Est-ce que vos méthodes d'enseignement ont varié avec le temps? Si oui, pourquoi et comment ? 3.4. Est-ce que vos méthodes d'enseignement ont été influencées par les méthodes d'enseignement utilisées lors de votre parcours éducatif? 3.5. Quelles notions mathématiques aimeriez-vous aborder au-delà de celles visées par le programme d'études? 3.6. Comment votre perspective personnelle sur la pensée critique a-t-elle évolué au cours de votre carrière d'enseignant ? 5.4. Avez-vous déjà intégré des activités de modélisation mathématique en cours? Si oui, pouvez-vous donner un exemple ?
Interaction des enseignants par rapport à la modélisation mathématique et la pensée critique (dimension sociale)	- Soutien institutionnel et collaboration pour l'intégration de la modélisation mathématique - - Perception de leur rôle avec les étudiants	4.3. Selon vous, quelle importance devrait-on accorder au développement de la pensée critique dans la formation des étudiants? 4.5. Quelle place accordez-vous à la pensée critique dans l'enseignement des mathématiques? Que pensez-vous de la place accordée au développement de l'esprit critique dans le programme d'études aux mathématiques ?

		4.6. Pensez-vous que l'absence de référence explicite à la pensée critique dans le programme d'études de mathématiques affecte la manière dont la pensée critique est abordée en classe ? Si oui, de quelle manière ? 4.8. Pensez-vous que le développement de la pensée critique puisse avoir un impact sur la capacité des étudiants à résoudre des problèmes mathématiques complexes ? 4.9. Pensez-vous que la pensée critique aiderait à améliorer la compréhension globale des concepts mathématiques chez les étudiants ? 4.10. Comment définiriez-vous votre rôle dans le développement de la pensée critique chez vos étudiants ? 5.5. Est-ce que la pandémie COVID-19 a exercé une influence sur le contenu que vous souhaiteriez enseigner? 5.6.1. Si oui, comment est-ce que vous vous y prenez pour faire une introduction à la modélisation mathématique pendant votre cours? 5.6.2. Sinon, pourquoi ne souhaitez-vous pas intégrer la modélisation mathématique ? 5.6.3. Est-ce que votre département et vos collègues ont une perception favorable à l'intégration de la modélisation mathématique dans l'enseignement? 5.7. Pensez-vous que l'enseignement de la modélisation mathématique est réaliste dans le cadre de votre cours? Sinon, pourquoi ?

Tableau E. 2 Tableau de cohérence

	Question de recherche correspondante	Variable(s) examiné(es) et relation avec le cadre théorique
Participation – étape 1 Échanger avec un professeur de mathématiques pour comprendre son rapport aux savoirs (influences, perceptions, actions, etc.)	Q1 : Rapport des enseignants à la modélisation mathématique	Conceptualisation de la modélisation mathématique et rapport aux savoirs (dimensions épistémique, identitaire, sociale) - Permet de documenter les défis personnels et institutionnels entourant l'enseignement de la modélisation mathématique; - Permet d'observer leurs interactions (personnelles et institutionnelles) avec les connaissances mathématiques dans le contexte de la modélisation et dans le développement d'une pensée critique. Cela peut inclure leur relation avec les concepts mathématiques, la pensée critique, leur manière de les intégrer dans l'enseignement et la façon dont ils les considèrent pertinents pour leurs étudiants.
Participation – étape 2 : Lors de la complétion de l'activité de modélisation, nous inviterons le professeur à effectuer une description détaillée de l'action en cours afin de mettre en lumière les concepts mobilisés et les compétences de	Q2 : Contribution de la modélisation mathématique à la pensée critique	Positionnement des enseignants par rapport à la modélisation mathématique et la pensée critique (dimensions épistémique, identitaire, sociale) et cycle de modélisation - Permet de comprendre et nommer les étapes que les enseignants suivent dans leur processus de modélisation. - Englobe l'auto-perception et l'expérience personnelle des enseignants dans les étapes suivies pendant la modélisation. Pensée critique - Identifier les compétences en œuvre lorsque les enseignants abordent la résolution de problèmes, évaluent les informations et prennent des décisions pendant la modélisation.

modélisation ainsi que de pensée critique en jeu.		- Implique les motivations des enseignants et leur perception de la modélisation mathématique pour développer la pensée critique
Participation – étape 3 : À la fin de l'activité, nous effectuerons des retours d'expérience afin de recueillir des informations sur le potentiel et la faisabilité de l'intégration de l'enseignement de la modélisation mathématique en classe.	Q1 : Rapport des enseignants à la modélisation mathématique Q2 : Contribution de la modélisation mathématique à la pensée critique	Interaction (dimension sociale) et positionnement (dimensions identitaire et épistémique) des enseignants par rapport à la modélisation mathématique et la pensée critique utilisation des systèmes dynamiques + complexité - peuvent être utilisés pour analyser comment les enseignants abordent les problèmes lors de la modélisation. - permet de valider/observer les méthodes utilisées par les enseignants pour étudier l'interdépendance et les interactions multiples dans les systèmes qu'ils modélisent.

Annexe F : Guides d'entretien

Voici des guides provisoires pour l'entretien semi-dirigé, l'activité de modélisation et pour les retours d'expériences.

Guide provisoire pour l'entretien semi-dirigé avec les enseignants

1. Bref rappel et présentation du projet de recherche
2. Parcours collégial et universitaire

Cette série de questions permettra de davantage cerner le rapport au savoir des enseignants.

   2.1. Quelles ont été vos motivations de poursuivre des études supérieures en mathématiques ?
   2.2. Quels sont les cours de mathématiques dont vous gardez de bons souvenirs? Avez-vous des moments marquants qui vous ont motivé à enseigner?
   2.3. Comment réinvestissez-vous vos connaissances mathématiques dans votre quotidien (personnel et/ou professionnel)? Avez-vous des exemples précis à me partager?
   2.4. Est-ce que votre parcours collégial et universitaire a teinté votre manière d'enseigner? Si oui, comment ?
   2.5. Y a-t-il des moments ou des expériences spécifiques qui ont façonné votre vision actuelle de l'importance de la pensée critique dans l'enseignement des mathématiques ?
3. Parcours professionnel
   3.1. Depuis combien d'années enseignez-vous?
   3.2. Quels sont les cours que vous avez enseignés?
   3.3. Est-ce que vos méthodes d'enseignement ont varié avec le temps? Si oui, pourquoi et comment ?
   3.4. Est-ce que vos méthodes d'enseignement ont été influencées par les méthodes d'enseignement utilisées lors de votre parcours éducatif?
   3.5. Quelles notions mathématiques aimeriez-vous aborder au-delà de celles visées par le programme d'études?
   3.6. Comment votre perspective personnelle sur la pensée critique a-t-elle évolué au cours de votre carrière d'enseignant ?
4. Perception liée au programme d'études collégial

4.1. Quelle est votre perception du programme d'études dans lequel votre cours de mathématiques s'inscrit? Est-ce que vous vous sentez interpelé par les modalités d'enseignement et les compétences visées? Donnez-vous la vision et la perception que vous souhaitez donner des mathématiques à travers le contenu abordé dans vos cours ?
4.2. Comment pensez-vous que les étudiants réinvestissent leurs connaissances mathématiques dans leur quotidien et/ou dans leur futur domaine de pratique ?
4.3. Selon vous, quelle importance devrait-on accorder au développement de la pensée critique dans la formation des étudiants?
4.4. Quelle place accordez-vous à la pensée critique dans l'enseignement des mathématiques? Que pensez-vous de la place accordée au développement de l'esprit critique dans le programme d'études aux mathématiques ?
4.5. Pensez-vous que l'absence de référence explicite à la pensée critique dans le programme d'études de mathématiques influence l'enseignement des mathématiques en classe ? Si oui, de quelle manière?
4.6. Dans quelle mesure les mathématiques peuvent-elles contribuer au développement de la pensée critique chez les étudiants ? Pensez-vous que la modélisation mathématique favoriserait ce développement ?
4.7. Pensez-vous que le développement de la pensée critique aurait un impact sur la capacité des étudiants à résoudre des problèmes mathématiques complexes ?
4.8. Pensez-vous qu'un recours à la pensée critique peut aider à améliorer la compréhension des concepts mathématiques chez les étudiants ? Ou leur utilisation?
4.9. Comment définiriez-vous votre rôle dans le développement de la pensée critique chez vos étudiants ?

5. Modélisation mathématique
   5.1. Quelle est votre rapport à la modélisation mathématique ?
   5.2. Quand et comment avez-vous été initié à la modélisation mathématique ?
   5.3. Quelle était votre perception de la modélisation mathématique pendant vos études? Est-ce que cette perception a varié lorsque vous avez commencé à enseigner ? Ou à travers une autre expérience ?
   5.4. Avez-vous déjà intégré des activités de modélisation mathématique en cours? Si oui, pouvez-vous donner un exemple ?
   5.5. Est-ce que la pandémie COVID-19 a exercé une influence sur le contenu que vous souhaiteriez enseigner?
   5.6. Est-ce que vous souhaitez faire une introduction à la modélisation mathématique pendant votre cours?
      5.6.1. Si oui, comment est-ce que vous vous y prenez?
      5.6.2. Sinon, pourquoi ?
      5.6.3. Est-ce que votre département et vos collègues ont une perception favorable à l'intégration de la modélisation mathématique dans l'enseignement?
   5.7. Pensez-vous que l'enseignement de la modélisation mathématique est réaliste dans le cadre de votre cours? Sinon pourquoi?
6. Autres

6.1. Avez-vous des questions ou des commentaires par rapport à notre discussion? Souhaitez-vous partager d'autres informations?

Guide provisoire pour la première partie de l'entretien avec les enseignants

Voici des exemples de questions et des pistes de relance qui pourraient être posés lors des essais d'activités de modélisation. Nous avons utilisé l'activité SA1 disponible sur www.viamath.org pour élaborer ces exemples de questions.

- Comment comprenez-vous la relation entre S(t), I(t) et R(t) dans ce modèle, et comment pensez-vous que les étudiants interpréteraient cette relation ?

- Quelles stratégies suggéreriez-vous pour aider les étudiants à mieux comprendre ces relations, notamment à travers les graphiques ?

- Quels sont les principaux flux entrants et sortants dans ce modèle, et comment expliqueriez-vous cela aux étudiants ?

-Quels aspects du concept de flux pourraient poser des défis de compréhension aux étudiants, et comment les aborderiez-vous ?

- Comment aborderiez-vous l'analyse de la vitesse de propagation de l'épidémie, et quelles méthodes les étudiants pourraient-ils utiliser pour cette analyse ?

- Quelles observations attendez-vous que les étudiants fassent concernant la relation entre le temps écoulé et le nombre de patients infectés ?

- Quelle est votre perspective sur l'utilisation d'un modèle continu pour cette simulation, et comment pensez-vous que les étudiants percevraient cette approche ?

- Quels seraient les avantages et inconvénients d'un modèle continu pour les étudiants dans ce contexte ?

- Comment avez-vous abordé les équations différentielles du modèle 1, et comment les étudiants pourraient-ils les aborder ?

- Quelle importance accordez-vous à la compréhension de ces équations dans l'apprentissage des étudiants ?

-Que pensez-vous de la présence de la méthode d'Euler dans cette activité, et comment les étudiants pourraient-ils interpréter son utilisation ? En changeriez-vous la présentation ou l'utilisation qu'on en fait ?

-Quelles observations spécifiques attendez-vous des étudiants lorsqu'ils modifient le pas de temps dans leurs simulations ?

- De quels avantages et limites de la méthode d'Euler vous verriez-vous discuter avec les étudiants ?

Guide provisoire pour les retours d'expérience

- Comment et dans quelle mesure une telle activité vous paraît-elle pouvoir contribuer à développer des compétences de modélisation chez les étudiants? Quelles adaptations pourrait-on y apporter pour maximiser un tel apport?

- Comment et dans quelle mesure une telle activité vous paraît-elle pouvoir contribuer à développer la pensée critique chez les étudiants? Quelles adaptations pourrait-on y apporter pour maximiser un tel apport?

- Comment et dans quelle mesure une telle activité vous paraît-elle pouvoir s'inscrire dans le programme actuel de mathématiques que vous enseignez? Quelles adaptations pourrait-on y apporter pour maximiser un tel apport?

- Comment et dans quelle mesure une telle activité vous paraît-elle pouvoir s'inscrire dans le programme de mathématiques que vous souhaiteriez enseignez? Dans quelles conditions cela pourrait-il se faire?

Annexe G : Atelier SA2

Revenons à présent au flux d'infection et regardons-le autrement, sous l'éclairage d'un nouveau paramètre, le fameux R_0

Le fameux R_0

On peut analyser la propagation d'une épidémie en considérant le nombre d'infections secondaires qui seront produites par le contact d'une population susceptible avec un premier cas infectieux. On suppose que les *infections secondaires* (résultant d'un contact direct avec cette première personne infectée) seront produites au taux de r infections par jour; ce taux peut être vu comme une moyenne. Puisque la phase d'infection dure en moyenne $M = 1/\gamma$ jours, on peut affirmer qu'il y aura r/γ infections secondaires produites directement par le premier cas infectieux (ce nombre est aussi une moyenne). On appelle cette quantité (r/γ) le ***nombre de reproduction de base*** , et on la note R_0.

On peut supposer ensuite que, pour chacun des cas secondaires, il y aura aussi r/γ infections subséquentes, et ainsi de suite. Il s'agit d'une approximation, car à mesure que les cas se multiplient, il reste moins de personnes susceptibles d'être infectées. Cette approximation, valide en début d'épidémie, et qui ne reflète pas le nombre de personnes susceptibles, peut s'exprimer par l'équation suivante:

$$\frac{dI}{dt} = rI - \gamma I = (r - \gamma)I$$

5. À partir de cette équation différentielle et de la définition de R_0 , complétez le tableau ci-dessous pour décrire la croissance de $I(t)$ en fonction de R_0 :

R_0	$r - \gamma$	$\frac{dI}{dt}$	$I(t)$
$R_0 < 1$			
$R_0 = 1$			constante
$R_0 > 1$			

6. Considérons la fonction $I(t) = e^{(r-\gamma)t}$. On peut montrer que non seulement elle constitue une solution de l'équation différentielle ci-haut, mais qu'elle res-pecte aussi la condition initiale d'un seul cas infectieux ($I(0) = 1$). Vérifiez-le:

   (a) En calculant sa dérivée

   $$\frac{dI}{dt} = \frac{d}{dt}(e^{(r-\gamma)t}) =$$

   (b) En évaluant $I(t)$ en $t = 0$

   $$I(0) =$$

À titre indicatif, voici la page précédente de l'atelier.

2. Remplacez α par cette nouvelle expression dans le **MODÈLE 1** pour créer le **MODÈLE 2** :

MODÈLE 2

$$\frac{dS}{dt} =$$
$$\frac{dI}{dt} =$$
$$\frac{dR}{dt} = +\gamma I$$

On devrait pouvoir voir à nouveau dI/dt comme la différence entre le flux (entrant) d'infection et le flux (sortant) de rémission.

3. En changeant l'ordre des facteurs, on peut écrire que le flux d'infection vaut :

$$\beta S \cdot \left(- \right)$$

(Complétez cette expression avec les variables/paramètres manquants.) Pouvez-vous justifier cette expression, en termes de probabilités ou de statistiques, pour modéliser la propagation d'une maladie infectieuse ?

4. Pourquoi n'a-t-on pas considéré la taille de la population dans le taux de rémission γ ?

Rappelons que ce *taux de rémission* γ correspond en gros à la proportion des individus infectés appelés à se rétablir dans la journée. C'est en multipliant ce taux par le nombre d'individus infectés qu'on obtient le flux de rémission. Il est possible de montrer que ce taux γ est lié au nombre moyen M de jours où l'on est considéré infecté (et infectieux, dans ce modèle). Ce nombre M peut aussi être vu comme l'*espérance mathématique* de la durée de la phase d'infection. La relation qui lie ces deux paramètres est la suivante :

$$\gamma = \frac{1}{M}$$

La relation[1] entre M et gamma sera étudiée en détail et expliquée de différentes façons dans une prochaine activité (SA3).

[1] Cette relation peut être expliquée de façon intuitive par l'analogie suivante: si l'on suppose qu'à peu près tous les élèves complètent en 5 ans leur cursus secondaire, on peut en inférer qu'à chaque année, environ 1/5 des élèves (ceux en 5e secondaire) quitteront l'école (pour le cégep ou pour une autre trajectoire). Ainsi, si l'on reste M jours (en moyenne) en état d'infection, à chaque jour, 1/M des personnes infectées quitteront (par le flux de rémission) ce compartiment pour le compartiment des personnes rétablies.

XXX

Annexe H : Atelier EB1

4. Faites calculer le logarithme des deux variables ($u = \log x$ et $v = \log\ y$) dans deux nouvelles colonnes[6] et reprenez l'exercice 3 pour trouver le modèle linéaire qui décrit le mieux la relation entre ces nouvelles variables u et v.

Modèle	Équation ($v = f(u)$)	Coefficient de détermination (r^2)	Coefficient de corrélation (r)
« Linéaire » $v = au + b$			

5. Quel(s) lien(s) observez-vous entre ce nouveau modèle et l'un de ceux produits à la question 3 ? Et entre leurs paramètres plus particulièrement?

Revenez à votre graphique des variables originales (x et y) et faites-en une copie dans votre fichier Excel - vous pouvez même copier toute la feuille.

6. Cliquez droit sur chacun des axes de cette copie du graphique et transformez-les en échelles logarithmiques.[7]

   a. Quel changement observez-vous sur la représentation graphique? (Revenez à votre graphique original pour comparer.)

   b. Cela change-t-il les équations des courbes de tendance?

   c. À quel autre graphique pouvez-vous le rapprocher ?

Cherchons à expliquer les liens que vous avez pu dégager entre vos graphiques et entre les modèles produits par les différentes régressions. Vous avez pu observer que votre nuage de points entre les variables u et v se concentrait autour d'une _____ et donc qu'une fonction _____ semblait être un modèle approprié.

[6] Pour calculer dans une nouvelle colonne Excel le logarithme en base 10 de la valeur des cellules d'une première colonne, on utilise la syntaxe = LOG ( ) et on insère entre les parenthèse l'adresse de la première cellule de la première colonne. On copie ensuite la formule pour l'ensemble de la colonne en faisant glisser la poignée de recopie vers le bas.

[7] Après avoir cliqué droit sur l'axe, on choisit l'option Mise en forme de l'axe et on coche la case Échelle logarithmique.

Pour une telle fonction, on peut caractériser facilement sa dérivée :

$$\frac{dv}{du} = a$$

où a est une constante.

Et donc

$$dv =$$

Divisons par dx les deux membres de l'égalité :

$$\frac{dv}{dx} =$$

En utilisant la notion de dérivée en chaîne, on peut réécrire ainsi le membre de gauche :

$$\frac{dv}{dx} = \frac{dv}{dy} \cdot \frac{}{dx} =$$

Comme on sait que $u = \log\ x$ et $v = \log\ y$, on peut remplacer les expressions $\frac{dv}{dy}$ et $\frac{du}{dx}$ par les dérivées calculées. On obtient alors

$$— \cdot \frac{dy}{dx} = a \cdot —$$

C'est-à-dire :

$$\frac{dy}{dx} = a\,\frac{y}{x}$$

Il nous faut donc trouver une fonction $y = f(x)$ qui vérifie cette équation. On va essayer de la deviner : Quelle est la fonction $y = f(x)$ qui, quand on la dérive, retombe *presque* sur elle-même, mais demande qu'on la divise par x et qu'on la multiplie par a ?

7. Essayez de relever ce défi, et dérivez votre fonction pour vous assurer qu'elle vérifie bien l'équation ci-haut.